Разнобой-повторение

9 класс

31.10.2015

1. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC, K — проекция A на BD. Докажите, что $\angle KAD = \angle CAB$.

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что касательные к описанной окружности треугольника AB_1C_1, восстановленные в точках B_1 и C_1, пересекаются на середине стороны BC.

3. На стороне AB равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) отмечена точка D. Касательная в точке D к описанной окружности треугольника BDC вторично пересекает описанную окружность треугольника ADC в точке K. Докажите, что $AK \parallel BC$.

4. Треугольник ABC остроугольный, причем $\angle A = 60^\circ$. Обозначим O и H его центр описанной окружности и ортоцентр соответственно. Докажите, что прямая OH является биссектрисой одного из углов между высотами.

5. Пусть P и Q — точки пересечения пар противоположных сторон AB и CD, BC и DA вписанного четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Докажите, что точки пересечения биссектрис углов APC и BQD со сторонами исходного четырехугольника служат вершинами ромба.

6. На стороне BC ромба $ABCD$ отмечена точка P. Описанная окружность треугольника ABP пересекает прямую BD в точках B и Q. Описанная окружность треугольника CPQ пересекает прямую BD в точках Q и R. Докажите, что точки A, R и P лежат на одной прямой.

7. На диагонали AC ромба $ABCD$ взята произвольная точка E, отличная от точек A и C, а на прямых AB и BC — точки N и M соответственно так, что $AE = NE$ и $CE = ME$. Пусть K — точка пересечении прямых AM и CN. Докажите, что точки K, E и D лежат на одной прямой.