

Дополнительные задачи

9 класс

03.10.2015

1. Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке S . На лучах SA , SD отметили точки B' , C' соответственно, так что $SB = SB'$, а $SC = SC'$. Докажите, что $\angle BDB' = \angle CAC'$.
 2. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке S , $AC \perp BD$. Докажите, что проекции точки S на стороны четырёхугольника лежат на одной окружности.
 3. В пространстве дана замкнутая четырёхзвенная ломаная $ABCD$. На отрезках AB , BC , CD , DA отмечены точки K , L , M , N соответственно таким образом, что $\frac{AK}{KB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MD} \cdot \frac{DN}{NA} = 1$. Докажите, что отрезки KM и LN пересекаются.
 4. Вокруг правильного треугольника APQ описан прямоугольник $ABCD$, причём точки P и Q расположены на отрезках BC , CD соответственно. Пусть P' и Q' — середины сторон AQ , AP соответственно. Докажите, что треугольники BSP' и CDQ' — равносторонние.
 5. Четырёхугольник $ABCD$ таков, что $AB = AD$, $CB = CD$ и описанная окружность треугольника ABC пересекает отрезки DC , DA в точках E и F . Докажите, что $\angle DBE = \angle DBF$.
 6. На сторонах BC , CA , AB треугольника ABC площади S отмечены точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Известно, что $BA_1/A_1C = CB_1/B_1A = AC_1/C_1B = 2$. Вычислите площадь треугольника, ограниченного прямыми AA_1 , BB_1 , CC_1 .
-

Дополнительные задачи

9 класс

03.10.2015

1. Диагонали трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) пересекаются в точке S . На лучах SA , SD отметили точки B' , C' соответственно, так что $SB = SB'$, а $SC = SC'$. Докажите, что $\angle BDB' = \angle CAC'$.
2. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке S , $AC \perp BD$. Докажите, что проекции точки S на стороны четырёхугольника лежат на одной окружности.
3. В пространстве дана замкнутая четырёхзвенная ломаная $ABCD$. На отрезках AB , BC , CD , DA отмечены точки K , L , M , N соответственно таким образом, что $\frac{AK}{KB} \cdot \frac{BL}{LC} \cdot \frac{CM}{MD} \cdot \frac{DN}{NA} = 1$. Докажите, что отрезки KM и LN пересекаются.
4. Вокруг правильного треугольника APQ описан прямоугольник $ABCD$, причём точки P и Q расположены на отрезках BC , CD соответственно. Пусть P' и Q' — середины сторон AQ , AP соответственно. Докажите, что треугольники BSP' и CDQ' — равносторонние.
5. Четырёхугольник $ABCD$ таков, что $AB = AD$, $CB = CD$ и описанная окружность треугольника ABC пересекает отрезки DC , DA в точках E и F . Докажите, что $\angle DBE = \angle DBF$.
6. На сторонах BC , CA , AB треугольника ABC площади S отмечены точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Известно, что $BA_1/A_1C = CB_1/B_1A = AC_1/C_1B = 2$. Вычислите площадь треугольника, ограниченного прямыми AA_1 , BB_1 , CC_1 .