

Антипараллельность

9 класс

26.09.2015

1. Две окружности пересекаются в точках K и L . Прямые k и l , проходящие через K и L соответственно, вторично пересекают первую окружность в точках A и B , а вторую — в точках C и D . Докажите, что $AB \parallel CD$.
2. Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O ; BB_1 и CC_1 — его высоты. Докажите, что $AO \perp B_1C_1$.
3. Выпуклый четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Докажите, что прямая, соединяющая середины дуг AB и CD , не содержащих отмеченных точек, перпендикулярна одной из биссектрис угла между прямыми AB и CD .
4. В треугольнике ABC на стороне BC отмечены точки: X_0, X_3, X_6 на BC , X_1, X_4 на AC , X_2, X_5 на AB . Известно, что прямые X_0X_1, X_2X_3, X_4X_5 параллельны сторонам треугольника, на которых эти точки не лежат, а X_1X_2, X_3X_4, X_5X_6 — антипараллельны.
 - а) Докажите, что $X_0 = X_6$.
 - б) Докажите, что $X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ лежат на одной окружности.
5. Пусть AA_1, BB_1, CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC . Докажите, шесть оснований перпендикуляров, опущенных из A_1 на AB и AC , из B_1 на BA и BC , из C_1 на CA и CB лежат на одной окружности.
6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, AC — её диаметр. Пусть K и M — проекции вершин A, C на диагональ BD соответственно. Через точку K проведена прямая, параллельная BC и пересекающая AC в точке P . Докажите, что $\angle KPM = 90^\circ$.
7. В угол $AХВ$ вписана окружность, касающаяся сторон угла в точках A и B . На меньшей дуге AB отмечена точка K . Прямая, проходящая через K , параллельно $AХ$, пересекает $ХВ$ в точке L . Прямая AK вторично пересекает описанную окружность ω треугольника KLB в точке M . Докажите, что MX касается ω .
8. В треугольнике ABC проведена биссектриса BB_1 . Перпендикуляр из B_1 на BC пересекает дугу BC описанной окружности треугольника ABC в точке K . Перпендикуляр из B на AK пересекает AC в точке L . Докажите, что точки K, L и середина дуги AC (не содержащей точку B) лежат на одной прямой.