

Задачи по гомотетии

9 класс

28.04.2016

Гомотетией с центром O и коэффициентом $k \neq 0$ плоскости называется преобразование плоскости, которое каждую точку X отображает в такую точку X_0 , что $\overrightarrow{OX_0} = k\overrightarrow{OX}$.

Гомотетию с центром O и коэффициентом k обозначим как H_O^k .

1. Если прямая содержит центр гомотетии, то она отображается в себя.
2. Если прямая не содержит центр гомотетии, то она отображается в параллельную прямую.
3. При гомотетии окружность переходит в окружность.
4. Если есть две окружности, как найти центр и коэффициент гомотетии, переводящей одну в другую?
5. Треугольники ABC и $A'B'C'$ таковы, что $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$ и $BC \parallel B'C'$. Докажите, что они либо отличаются друг от друга на параллельный перенос, либо гомотетичны (существует гомотетия, переводящая один треугольник в другой).
6. Даны угол ABC и точка M внутри его. Постройте окружность, касающуюся сторон угла и проходящую через точку M .
7. Две окружности касаются в точке K . Через точку K проведены две прямые, пересекающие первую окружность в точках A, B а вторую – в точках C, D . **Используя гомотетию**, докажите, что $AB \parallel CD$.
8. На каждом из оснований AD и BC трапеции $ABCD$ построены вне трапеции равносторонние треугольники. Докажите, что отрезок, соединяющий третьи вершины этих треугольников, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.
9. Четырёхугольник разрезан диагоналями на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников образуют параллелограмм.
10. (Прямая Эйлера). Докажите, что точка пересечения медиан, ортоцентр и центр описанной окружности треугольника лежат на одной прямой.
11. Вписанная окружность треугольника ABC касается стороны AC в точке D , DM – диаметр окружности. Прямая BM пересекает сторону AC в точке K . Докажите, что $AK = DC$.