Вспоминаем теорию чисел

28.03.2016

Малая теорема Ферма
Пусть p — простое число, $(a,p)=1$, тогда $a^{p-1} \equiv 1\ (mod\ p)$.

Теорема Эйлера
Пусть $(a,m)=1$, тогда выполняется соотношение $a^{\phi(m)} \equiv 1\ (mod\ m)$.
($\phi(n)$ — функция Эйлера, количество натуральных чисел, взаимно простых с n и не превосходящих его).

Теорема Вильсона
$(p-1)!+1$ делится на p тогда и только тогда, когда p — простое число.

1. Докажите, что $(n^{561}-n)$ делится на 561.
2. Докажите, что $(n^{84}-n^4)$ делится на 6800 для любого натурального n.
3. Докажите, что для любого n число $5^{2n+1}+3^{n+2}2^{n-1}$ делится на 19.
4. Преобразуем сумму $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{100}$ в дробь $\frac{m}{n}$. Докажите, что m делится на 101.
5. Докажите, что $n^2-1|2^{n!}-1$ для всех чётных n.
6. Пусть $a_1, a_2, \dots, a_p$ — конечная арифметическая прогрессия с разностью, взаимно простой с p. Докажите, что в ней можно найти элемент a_k такой, что число $a_k + a_1 \cdot a_2 \cdots a_p$ делится на p^2.
7. Найдите все натуральные n, такие, что

$$n|1^n+2^n+\dots+(n-1)^n$$

Вспоминаем теорию чисел

28.03.2016

Малая теорема Ферма
Пусть p — простое число, $(a,p)=1$, тогда $a^{p-1} \equiv 1\ (mod\ p)$.

Теорема Эйлера
Пусть $(a,m)=1$, тогда выполняется соотношение $a^{\phi(m)} \equiv 1\ (mod\ m)$.
($\phi(n)$ — функция Эйлера, количество натуральных чисел, взаимно простых с n и не превосходящих его).

Теорема Вильсона
$(p-1)!+1$ делится на p тогда и только тогда, когда p — простое число.

1. Докажите, что $(n^{561}-n)$ делится на 561.
2. Докажите, что $(n^{84}-n^4)$ делится на 6800 для любого натурального n.
3. Докажите, что для любого n число $5^{2n+1}+3^{n+2}2^{n-1}$ делится на 19.
4. Преобразуем сумму $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{100}$ в дробь $\frac{m}{n}$. Докажите, что m делится на 101.
5. Докажите, что $n^2-1|2^{n!}-1$ для всех чётных n.
6. Пусть $a_1, a_2, \dots, a_p$ — конечная арифметическая прогрессия с разностью, взаимно простой с p. Докажите, что в ней можно найти элемент a_k такой, что число $a_k + a_1 \cdot a_2 \cdots a_p$ делится на p^2.
7. Найдите все натуральные n, такие, что

$$n|1^n+2^n+\dots+(n-1)^n$$