

## Комплексные числа 2

9 класс  
14.03.16

Формула Муавра:

$$(r(\cos \phi + i \sin \phi))^n = r^n(\cos n\phi + i \sin n\phi)$$

1. Пусть дано квадратное уравнение с комплексными коэффициентами:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

Его корни можно найти по стандартной формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, D = b^2 - 4ac.$$

Но при этом, квадратный корень из комплексного числа извлекается двояко (это следует из формулы Муавра). Обозначим квадратные корни из  $D$  за  $D_1$  и  $D_2$ . Выходит наше первоначальное уравнение имеет 4 корня:

$$x_1 = \frac{-b - D_1}{2a}, x_2 = \frac{-b + D_1}{2a}, x_3 = \frac{-b - D_2}{2a}, x_4 = \frac{-b + D_2}{2a}.$$

Где в рассуждениях допущена ошибка?

2. Вычислите:

- а)  $\sqrt{1+i}$   
б)  $(1 + \sqrt{3}i)^{2016}$

3. Комплексные корни уравнения  $x^n - 1 = 0$  называются корнями  $n$ -ой степени из единицы.

- а) Найдите сумму этих чисел.  
б) Найдите их сумму квадратов.  
в) Найдите их произведение.  
г) Представьте их в тригонометрической форме.

4. а) Найдите все вещественные корни уравнения  $(x+i)^{2016} + (x-i)^{2016} = 0$ .

б) Найдите все его комплексные корни.

5. Вычислите суммы:

- а)  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots$   
б)  $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + C_n^6 + \dots$   
в)  $C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \dots$   
г)  $C_n^0 + C_n^4 + C_n^8 + C_n^{12} + \dots$

6. Про комплексные числа  $x, y, z$  известно, что  $|x| = |y| = |z| = 1$ . Какие значения может принимать выражение  $|\frac{x+y+z}{xy+yz+xz}|$ ?

7. Упростите выражение:

- а)  $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \dots + \sin n\alpha$ ;  
а)  $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \dots + \cos n\alpha$ .

## Комплексные числа 2

9 класс  
14.03.16

Формула Муавра:

$$(r(\cos \phi + i \sin \phi))^n = r^n(\cos n\phi + i \sin n\phi)$$

1. Пусть дано квадратное уравнение с комплексными коэффициентами:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0.$$

Его корни можно найти по стандартной формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, D = b^2 - 4ac.$$

Но при этом, квадратный корень из комплексного числа извлекается двояко (это следует из формулы Муавра). Обозначим квадратные корни из  $D$  за  $D_1$  и  $D_2$ . Выходит наше первоначальное уравнение имеет 4 корня:

$$x_1 = \frac{-b - D_1}{2a}, x_2 = \frac{-b + D_1}{2a}, x_3 = \frac{-b - D_2}{2a}, x_4 = \frac{-b + D_2}{2a}.$$

Где в рассуждениях допущена ошибка?

2. Вычислите:

- а)  $\sqrt{1+i}$   
б)  $(1 + \sqrt{3}i)^{2016}$

3. Комплексные корни уравнения  $x^n - 1 = 0$  называются корнями  $n$ -ой степени из единицы.

- а) Найдите сумму этих чисел.  
б) Найдите их сумму квадратов.  
в) Найдите их произведение.  
г) Представьте их в тригонометрической форме.

4. а) Найдите все вещественные корни уравнения  $(x+i)^{2016} + (x-i)^{2016} = 0$ .

б) Найдите все его комплексные корни.

5. Вычислите суммы:

- а)  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots$   
б)  $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + C_n^6 + \dots$   
в)  $C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \dots$   
г)  $C_n^0 + C_n^4 + C_n^8 + C_n^{12} + \dots$

6. Про комплексные числа  $x, y, z$  известно, что  $|x| = |y| = |z| = 1$ . Какие значения может принимать выражение  $|\frac{x+y+z}{xy+yz+xz}|$ ?

7. Упростите выражение:

- а)  $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \dots + \sin n\alpha$ ;  
а)  $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \dots + \cos n\alpha$ .