

Неравенства 2

9 класс

22.10.15

1. Докажите неравенство для положительных значений переменных

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}.$$

2. Докажите неравенство для положительных значений переменных

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

3. Докажите, что для положительных a выполнено неравенство:

$$a^{40} + \frac{1}{a^{16}} + \frac{2}{a^4} + \frac{4}{a^2} + \frac{8}{a} \geq 16.$$

4. Положительные x, y, z таковы, что $x + y + z = xyz$. Найдите минимум $xy + yz + zx$.

5. Докажите, что выполнено неравенство:

$$\sqrt{a+1} + \sqrt{2a-3} + \sqrt{50-3a} < 12.$$

6. Даны вещественные $x_0 > x_1 > \dots > x_n$. Докажите, что

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \dots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geq x_n + 2n.$$

7. Числа a, b, c положительны. Докажите, что

$$\frac{3}{2}(a^4 + b^4 + c^4) + 24 \geq 4a^2b + 4b^2c + 4c^2a.$$