

Разнойбой по геометрии

9 класс

5.11.15

1. Точка касания вневписанной окружности со стороной треугольника и основание высоты, проведённой к этой стороне, симметричны относительно основания биссектрисы, проведённой к этой же стороне. Докажите, что эта сторона составляет треть периметра треугольника.
2. Дан остроугольный треугольник ABC . На продолжениях BB_1 и CC_1 его высот за точки B_1 и C_1 выбраны соответственно точки P и Q так, что угол PAQ – прямой. Пусть AF – высота треугольника APQ . Докажите, что угол BFC – прямой.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ лучи AB и DC пересекаются в точке K . На биссектрисе угла AKD нашлась точка P такая, что прямые BP и CP делят пополам отрезки AC и BD соответственно. Докажите, что $AB = CD$.
4. На каждой стороне треугольника ABC построено по квадрату во внешнюю сторону. Оказалось, что внешние вершины всех квадратов лежат на одной окружности. Доказать, что треугольник ABC – равнобедренный.
5. Прямые PC и PD касаются окружности с диаметром AB (C и D – точки касания). Докажите, что прямая, соединяющая P с точкой пересечения прямых AC и BD , перпендикулярна AB .
6. Периметр треугольника ABC равен 4. На лучах AB и AC отмечены точки X и Y так, что $AX = AY = 1$. Отрезки BC и XY пересекаются в точке M . Докажите, что периметр одного из треугольников ABM и ACM равен 2.
7. В остроугольном треугольнике отметили отличные от вершин точки пересечения описанной окружности с высотами, проведенными из двух вершин, и биссектрисой, проведенной из третьей вершины, после чего сам треугольник стерли. Восстановите его.