

Геометрия. Счет отрезков

9 класс

01.10.15

1. Докажите, что в треугольнике ABC точка D на стороне AC , для которой выполнено равенство $AB + CD = BC + DA$, – это точка касания вписанной окружности со стороной AC .
2. На сторонах AB и BC остроугольного треугольника ABC выбраны точки C_1 и A_1 соответственно. Точка O – пересечение прямых AA_1 и CC_1 . Оказалось, что в четырехугольник OA_1BC_1 можно вписать окружность.
 - а) Докажите, что $AC_1 + C_1C = AA_1 + A_1C$. Верно ли обратное утверждение?
 - б) Докажите, что $AO + BC = CO + AB$. Верно ли обратное утверждение?
3. а) Пусть X является точкой касания вписанной окружности треугольника ABC со стороной BC . Докажите, что вписанные окружности треугольников ABX и ACX касаются.
б) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для вневписанных окружностей.
4. Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M , а продолжений сторон AB и AC – в точках N и P соответственно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны BC в точке K , а стороны AB – в точке L . Докажите, что а) отрезок AN равен полупериметру треугольника ABC ; б) $BK = CM$; в) $NL = BC$.
5. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D . В треугольники ABD и ACD вписаны окружности. К ним проведена общая касательная (отличная от BC), пересекающая AD в точке K . Докажите, что длина отрезка AK не зависит от выбора точки D .
6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках P и Q соответственно. Вневписанная окружность, касающаяся стороны AB и продолжений сторон BC и AC , касается продолжения стороны AC в точке R . Докажите, что точки P, Q и R лежат на одной прямой.