Тренировочная олимпиада

9 класс

13.04.2016

1. Квадратный трёхчлен $P(x)$ имеет два действительных корня, разность между которыми не меньше 2016. Докажите, что уравнение $P(x)+P(x+1)+P(x+2)+\ldots+P(x+2016)=0$ имеет два действительных решения.

2. Натуральные числа a, b, c таковы, что $ab+bc+ca=3c^2$ и $a-b$ — простое число. Докажите, что $8c+1$ — точный квадрат.

3. На основании BC равнобедренного треугольника ABC ($AB=AC$) отмечена точка X. На прямой, проходящей через C параллельно AB, выбрана точка Y так, что $XY \perp AC$. Z — центр описанной окружности треугольника ABX. D - середина BC. Докажите, что $\angle YDZ = 90°$.

4. Какое минимальное число рёбер может быть в графе на 666 вершинах, таком что для любых двух его вершин существует соединяющий их гамильтонов путь (то есть путь, проходящий через каждую из вершин графа ровно один раз)?

Тренировочная олимпиада

9 класс

13.04.2016

1. Квадратный трёхчлен $P(x)$ имеет два действительных корня, разность между которыми не меньше 2016. Докажите, что уравнение $P(x)+P(x+1)+P(x+2)+\ldots+P(x+2016)=0$ имеет два действительных решения.

2. Натуральные числа a, b, c таковы, что $ab+bc+ca=3c^2$ и $a-b$ — простое число. Докажите, что $8c+1$ — точный квадрат.

3. На основании BC равнобедренного треугольника ABC ($AB=AC$) отмечена точка X. На прямой, проходящей через C параллельно AB, выбрана точка Y так, что $XY \perp AC$. Z — центр описанной окружности треугольника ABX. D - середина BC. Докажите, что $\angle YDZ = 90°$.

4. Какое минимальное число рёбер может быть в графе на 666 вершинах, таком что для любых двух его вершин существует соединяющий их гамильтонов путь (то есть путь, проходящий через каждую из вершин графа ровно один раз)?