

## Абака

### ТЧ

1. Два рыбака поймали 80 рыб, причем  $\frac{5}{9}$  улова первого составляли караси, а  $\frac{7}{11}$  улова второго — окуни. Сколько рыб поймал первый?
2. Известно, что числа  $p$  и  $8p^2 + 1$  простые. Найдите  $p$ .
3. Впишите вместо звёздочек шесть различных цифр так, чтобы все дроби были несократимыми, а равенство верным:  $\frac{*}{*} + \frac{*}{*} = \frac{*}{*}$ .
4. Квадрат суммы цифр числа  $A$  равен сумме цифр числа  $A^2$ . Найдите все такие двузначные числа  $A$ .
5. Какое наибольшее количество чисел среди  $1, \dots, 2016$  можно выбрать так, чтобы разность любых двух выбранных не была простым числом?

### Графы

1. В классе больше 32, но меньше 42 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?
2. В графе 10 вершин, причем 9 из них имеют степень 5. Какова наименьшая возможная степень оставшейся вершины?
3. Несколько фишек двух цветов расположены в ряд (встречаются оба цвета). Известно, что фишки, между которыми 10 или 15 фишек, одинаковы. Какое наибольшее число фишек может быть?
4. На бесконечной шахматной доске проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная, проходящая по сторонам клеток. Внутри ломаной оказалось 100 чёрных клеток. Какую наибольшую площадь может иметь фигура, ограниченная этой ломаной?
5. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в  $(k + 1)$ -м — те, кто были в  $k$ -м и те, у кого они выиграла. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?

## Алгебра

1. На середине дороги от Васиного дома до школы стоит светофор. В понедельник Вася попал на зелёный сигнал светофора. Во вторник он шел с той же скоростью, но простоял на светофоре 5 минут, а после этого увеличил скорость вдвое. И в понедельник, и во вторник он потратил на путь от дома до школы одинаковое время. Какое?
2. Найдите  $x^3 + y^3$ , если известно, что  $x + y = 5$  и  $x + y + x^2y + xy^2 = 24$ .
3. Али-Баба пришел в пещеру, где есть золото, алмазы и сундук, в котором их можно унести. Полный сундук золота весит 200 кг, полный сундук алмазов — 40 кг, пустой сундук ничего не весит. Килограмм золота стоит на базаре 20 динаров, килограмм алмазов — 60 динаров. Али-Баба может поднять и унести не более 100 кг. Какую наибольшую сумму (денег) он может получить за сокровища, которые он принесет из пещеры за один раз?
4. Найдите наибольшее значение  $ab + bc + ac + abc$ , если  $a + b + c = 12$  и  $a, b, c$  неотрицательны.
5. Известно, что  $a^2 + 4b^2 + 9c^2 = 36$ . Найдите максимальное значение выражения  $a + b + c$ .

## Землемерие

1. Из середины  $M$  стороны  $AB$  равностороннего треугольника  $ABC$  опустили перпендикуляры  $MK$  и  $ML$  на стороны  $AC$  и  $BC$ . Найдите  $KL$ , если  $AB = 1$ .
2. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = BC = 6$ . Проведены высота  $CD$  треугольника  $ABC$  и высота  $DE$  треугольника  $BDC$ . Найдите  $BE$ .
3. Центр вписанной окружности треугольника  $ABC$  симметричен центру описанной окружности относительно стороны  $AB$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .
4. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  — середина гипотенузы  $AB$ ,  $N$  — середина катета  $AC$ . Окружность, проходящая через точки  $M$  и  $N$ , касается катета  $BC$  в точке  $K$ . В каком отношении точка  $K$  делит этот катет?
5. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $BC$  биссектриса  $BL$  вдвое больше высоты  $AD$ . Найдите углы треугольника.