

## Добавка по деревьям

1. Куб  $n \times n \times n$  разбит на кубики  $1 \times 1 \times 1$ . Какое минимальное количество граней  $1 \times 1$  необходимо в нём убрать, чтобы из любой его части можно было пробраться наружу?
2. Докажите, что для любого набора чисел  $0 < d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$  такого, что  $d_1 + \dots + d_n = 2n - 2$ , найдется дерево, где степени вершин будут  $d_1, \dots, d_n$ .
3. А единственно ли дерево из предыдущей задачи?
4. В Табулистане  $2n$  городов, некоторые из которых соединены дорогами. Из каждого города выходит четное число дорог и из каждого города можно проехать в каждый (возможно, с пересадками). Халиф хочет закрыть все кроме  $2n - 1$  дороги так, чтобы из каждого города все еще можно было проехать в каждый. Докажите, что он может сделать это четным числом способов.

## Добавка по деревьям

1. Куб  $n \times n \times n$  разбит на кубики  $1 \times 1 \times 1$ . Какое минимальное количество граней  $1 \times 1$  необходимо в нём убрать, чтобы из любой его части можно было пробраться наружу?
2. Докажите, что для любого набора чисел  $0 < d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$  такого, что  $d_1 + \dots + d_n = 2n - 2$ , найдется дерево, где степени вершин будут  $d_1, \dots, d_n$ .
3. А единственно ли дерево из предыдущей задачи?
4. В Табулистане  $2n$  городов, некоторые из которых соединены дорогами. Из каждого города выходит четное число дорог и из каждого города можно проехать в каждый (возможно, с пересадками). Халиф хочет закрыть все кроме  $2n - 1$  дороги так, чтобы из каждого города все еще можно было проехать в каждый. Докажите, что он может сделать это четным числом способов.