

### Добавка по Штурму

7. (неравенство Гюйгенса) Для положительных  $a_1, \dots, a_n$  докажите

$$\sqrt[n]{(1+a_1) \cdot \dots \cdot (1+a_n)} \geq 1 + \sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}$$

8. Пусть  $a, b, c \geq 0$  и  $a + b + c = 1$ . Докажите, что

$$4(ab + ac + bc) - 9abc \leq 1.$$

9. Найдите наибольшее и наименьшее значение выражения:

$$10(abc + abd + acd + bcd) - (ab + ac + ad + bc + bd + cd) - 60abcd$$

при ограничениях  $a, b, c, d \geq 0$  и  $a + b + c + d = 1$ .

### Добавка по Штурму

7. (неравенство Гюйгенса) Для положительных  $a_1, \dots, a_n$  докажите

$$\sqrt[n]{(1+a_1) \cdot \dots \cdot (1+a_n)} \geq 1 + \sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}$$

8. Пусть  $a, b, c \geq 0$  и  $a + b + c = 1$ . Докажите, что

$$4(ab + ac + bc) - 9abc \leq 1.$$

9. Найдите наибольшее и наименьшее значение выражения:

$$10(abc + abd + acd + bcd) - (ab + ac + ad + bc + bd + cd) - 60abcd$$

при ограничениях  $a, b, c, d \geq 0$  и  $a + b + c + d = 1$ .