

Кружок в Хамовниках. 7 класс. 16.01.2016
Непрерывная олимпиада — 1.

1. Сумма трех натуральных чисел, являющихся точными квадратами, делится на 9. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых также делится на 9.

2. Каждая точка плоскости покрашена в красный или синий цвет. Может ли оказаться, что на каждой окружности радиуса 1 находится ровно одна синяя точка?

3. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён: рыцарей, которые всегда говорят правду, или лжецов, которые всегда лгут. Однажды 1000 островитян встали в круг, и каждый заявил: «Оба моих соседа не из моего племени». Какое наибольшее количество рыцарей могло стоять в кругу?

4. Каждому из восьми человек сообщили натуральное число. Сумма всех чисел равна 14. Докажите, что некоторых из этой компании можно познакомить друг с другом так, чтобы у каждого количество знакомых было равно его числу.

5. Квадрат со стороной 2 разбит вертикальными и горизонтальными прямыми на прямоугольники, раскрашенные в черный и белый цвета в шахматном порядке. Докажите, что если суммарные площади черных и белых прямоугольников равны, то из черных прямоугольников можно составить прямоугольник 1×2 .

Кружок в Хамовниках. 7 класс. 16.01.2016
Непрерывная олимпиада — 1.

1. Сумма трех натуральных чисел, являющихся точными квадратами, делится на 9. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых также делится на 9.

2. Каждая точка плоскости покрашена в красный или синий цвет. Может ли оказаться, что на каждой окружности радиуса 1 находится ровно одна синяя точка?

3. Каждый житель острова людоедов принадлежит к одному из двух племён: рыцарей, которые всегда говорят правду, или лжецов, которые всегда лгут. Однажды 1000 островитян встали в круг, и каждый заявил: «Оба моих соседа не из моего племени». Какое наибольшее количество рыцарей могло стоять в кругу?

4. Каждому из восьми человек сообщили натуральное число. Сумма всех чисел равна 14. Докажите, что некоторых из этой компании можно познакомить друг с другом так, чтобы у каждого количество знакомых было равно его числу.

5. Квадрат со стороной 2 разбит вертикальными и горизонтальными прямыми на прямоугольники, раскрашенные в черный и белый цвета в шахматном порядке. Докажите, что если суммарные площади черных и белых прямоугольников равны, то из черных прямоугольников можно составить прямоугольник 1×2 .