

Серия 19. Алгоритмы

1. Витя загадывает клетку шахматной доски 8×8 . Максим каждым ходом может обвести по границе любой прямоугольник и узнать у Вити, попала ли в него закрашенная клетка. Как должен действовать Максим, чтобы угадать нужную клетку за 6 ходов?

2. Петя и Вася играют в следующую игру. У Пети имеется 100 карточек, на которых по одному разу написаны числа от 1 до 100. Каждым ходом Петя выкладывает на стол две карточки, после чего Вася тут же забирает одну из них. После 50 ходов у Пети карточки закончатся, а на столе останется лежать 50 карточек. Цель Пети - сделать так, чтобы сумма чисел на этих 50 карточках оказалась четной. Может ли Вася ему помешать?

3. В каждой клетке шахматной доски 8×8 стоит 0. Разрешается выбрать любые две клетки, соединенные ходом коня, и увеличить на 1 стоящие в них числа. Можно ли добиться того, чтобы в клетках оказались числа $1, 2, \dots, 64$ (не обязательно идущие по порядку)?

4. На доске написано число 10^{2016} . Двое играют в такую игру: своим ходом можно либо разложить любое число на два больших единицы сомножителя и выписать их на доску, стерев с доски исходное, либо найти на доске два совпадающих числа и стереть с доски одно из них или оба. Кто не может сделать ход — проигрывает. Кто выиграет при правильной игре?

5. Любые два натуральных числа от 1 до 100 включительно соединены стрелкой, ведущей от меньшего числа к большему. Как раскрасить эти стрелки в красный и синий цвета так, чтобы любой одноцветный путь проходил не более, чем по девяти стрелкам?

6. На шахматной доске 10×1000 стоят два слона: белый в левом нижнем углу и черный в правом верхнем. Два игрока по очереди делают ходы слонами (первый белым, а второй черным). Игрок, поставивший своего слона под бой другого, выигрывает. Кто выиграет при правильной игре?

7. Чебурашка и Шапокляк поедают ящик апельсинов. За один ход Шапокляк может либо съесть один хороший апельсин, либо заменить два хороших апельсина на два гнилых, Чебурашка может либо съесть два хороших апельсина, либо съесть один хороший и выкинуть один гнилой. Первым ходит Чебурашка. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре, если изначально в ящике было n хороших и ни одного гнилого апельсина?

8. В центральной клетке квадрата 2003×2003 стоит фишка. Два игрока по очереди передвигают эту фишку на соседнюю по стороне клетку. Первый может продвинуть фишку в том же направлении, в котором был сделан предыдущий ход, или повернуть налево, а второй — продвинуть в том же направлении или повернуть направо. Первый игрок начинает ходом в произвольном направлении. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

9. Город представляет собой клетчатый квадрат 5×5 , в котором стороны клеточек - это улицы, а углы клеток - перекрестки. Хулиган Костя выезжает из нижнего левого угла на экскаваторе. До ближайшего перекрестка он едет с поднятым ковшом, после чего опускает ковш; на следующем перекрестке он снова поднимает ковш, а на следующем - снова опускает и т.д. Когда экскаватор едет с опущенным ковшом, улица полностью разрушается. Костя ездит только по целым улицам и никогда не уезжает с перекрестка в ту сторону, откуда только что приехал. Какое наибольшее число улиц может быть разрушено?

Непрерывная олимпиада — 19.

1. На прямой отмечены 100 точек, некоторые из них красные, некоторые синие, а остальные - зеленые. Известно, что между любыми двумя красными точками есть синяя, а между любыми двумя синими есть зеленая. Кроме того, красных точек не меньше, чем синих, а синих - не меньше, чем зеленых. Сколько точек покрашено в синий цвет?

2. В шеренгу стоят 100 человек, каждый из которых рыцарь (они всегда говорят правду) или лжец (они всегда лгут). Каждый сделал заявление: "Количество лжецов слева от меня больше количества рыцарей справа от меня". Сколько может быть лжецов в такой шеренге?

3. Внутри треугольника ABC отмечена точка M , так что при этом $\angle BAM = \angle ABC$, $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle ACB = 70^\circ$. Докажите, что $BM < AC$.

4. У Деда Мороза 10 мешков с одинаковым набором подарков. В каждом мешке мандарины, конфеты и хлопушки, причем хлопушек столько же, сколько конфет и мандаринов вместе. По требованию пожарной охраны Дед Мороз превратил в некоторых мешках все хлопушки в мандарины, в некоторых - в конфеты, а из одного мешка просто выкинул все хлопушки. Оказалось, что мандаринов стало всего 44 штуки, а конфет - 89. Сколько мандаринов, конфет и хлопушек было вначале в каждом мешке?

5. Федя выписывает делители некоторого составного числа по возрастанию, начиная с 1, пока не встретится составной делитель (например, для числа 45 он выпишет 1, 3, 5, 9). Оказалось, что каждый следующий делитель на k больше предыдущего. Докажите, что $k = 1$ или 2.