

1. В строчку выписано 10 различных чисел. За одну операцию разрешается менять местами два соседних числа, если их не меняли местами раньше. Было сделано не более 44 операций. Докажите, что можно сделать ещё одну.

2. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Описанная окружность треугольника ABC пересекает стороны AD и DC в точках P и Q соответственно. Описанная окружность треугольника ADC пересекает стороны AB и BC в точках S и R соответственно. Оказалось, что четырехугольник $PQRS$ – параллелограмм. Докажите, что $ABCD$ – также параллелограмм.

3. Для натуральных чисел $a > b > 1$ определим последовательность x_1, x_2, \dots формулой $x_n = \frac{a^n - 1}{b^n - 1}$. Найдите наименьшее d такое, что эта последовательность не содержит d последовательных членов, являющихся простыми числами, ни при каких a и b .

4. Про числа a, b, c , по модулю не превосходящие единицы, известно, что $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1 + 2abc$. Докажите, что $a^{2016} + b^{2016} + c^{2016} \leq 1 + 2(abc)^{1008}$.

1. В строчку выписано 10 различных чисел. За одну операцию разрешается менять местами два соседних числа, если их не меняли местами раньше. Было сделано не более 44 операций. Докажите, что можно сделать ещё одну.

2. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Описанная окружность треугольника ABC пересекает стороны AD и DC в точках P и Q соответственно. Описанная окружность треугольника ADC пересекает стороны AB и BC в точках S и R соответственно. Оказалось, что четырехугольник $PQRS$ – параллелограмм. Докажите, что $ABCD$ – также параллелограмм.

3. Для натуральных чисел $a > b > 1$ определим последовательность x_1, x_2, \dots формулой $x_n = \frac{a^n - 1}{b^n - 1}$. Найдите наименьшее d такое, что эта последовательность не содержит d последовательных членов, являющихся простыми числами, ни при каких a и b .

4. Про числа a, b, c , по модулю не превосходящие единицы, известно, что $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1 + 2abc$. Докажите, что $a^{2016} + b^{2016} + c^{2016} \leq 1 + 2(abc)^{1008}$.

1. В строчку выписано 10 различных чисел. За одну операцию разрешается менять местами два соседних числа, если их не меняли местами раньше. Было сделано не более 44 операций. Докажите, что можно сделать ещё одну.

2. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Описанная окружность треугольника ABC пересекает стороны AD и DC в точках P и Q соответственно. Описанная окружность треугольника ADC пересекает стороны AB и BC в точках S и R соответственно. Оказалось, что четырехугольник $PQRS$ – параллелограмм. Докажите, что $ABCD$ – также параллелограмм.

3. Для натуральных чисел $a > b > 1$ определим последовательность x_1, x_2, \dots формулой $x_n = \frac{a^n - 1}{b^n - 1}$. Найдите наименьшее d такое, что эта последовательность не содержит d последовательных членов, являющихся простыми числами, ни при каких a и b .

4. Про числа a, b, c , по модулю не превосходящие единицы, известно, что $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1 + 2abc$. Докажите, что $a^{2016} + b^{2016} + c^{2016} \leq 1 + 2(abc)^{1008}$.