

1. На плоскости провели несколько прямых и отметили все их точки пересечения. Сколько прямых могло быть проведено, если на одной из проведенных прямых отмечена одна точка, на другой — три, а на третьей — пять? Найдите все возможные варианты и докажете, что других нет.
2. Точка  $D$  на стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  такова, что  $AB = AD$ . Окружность, описанная около треугольника  $ABD$ , пересекает сторону  $AC$  в точках  $A$  и  $K$ . Прямая  $DK$  пересекает перпендикуляр, опущенный из  $B$  на  $AC$ , в точке  $L$ . Докажите, что  $CL = BC$ .
3. Даны натуральные числа  $a, b, c$ , взаимно простые в совокупности. Верно ли, что обязательно существует такое натуральное  $n$ , что число  $a^k + b^k + c^k$  не делится на  $2^n$  ни при одном натуральном  $k$ ?
4. По кругу стоят 11 натуральных чисел. Известно, что любые два соседних числа различаются хотя бы на 20, а сумма любых двух соседних чисел не меньше ста. Найдите минимальную возможную сумму всех чисел.

1. На плоскости провели несколько прямых и отметили все их точки пересечения. Сколько прямых могло быть проведено, если на одной из проведенных прямых отмечена одна точка, на другой — три, а на третьей — пять? Найдите все возможные варианты и докажете, что других нет.
2. Точка  $D$  на стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  такова, что  $AB = AD$ . Окружность, описанная около треугольника  $ABD$ , пересекает сторону  $AC$  в точках  $A$  и  $K$ . Прямая  $DK$  пересекает перпендикуляр, опущенный из  $B$  на  $AC$ , в точке  $L$ . Докажите, что  $CL = BC$ .
3. Даны натуральные числа  $a, b, c$ , взаимно простые в совокупности. Верно ли, что обязательно существует такое натуральное  $n$ , что число  $a^k + b^k + c^k$  не делится на  $2^n$  ни при одном натуральном  $k$ ?
4. По кругу стоят 11 натуральных чисел. Известно, что любые два соседних числа различаются хотя бы на 20, а сумма любых двух соседних чисел не меньше ста. Найдите минимальную возможную сумму всех чисел.