1. Алексей отметил на доске 8×8 несколько клеток и разрешил королю ходить только по отмеченным клеткам. Затем Алексей выбрал две отмеченные клетки и сообщил Николаю число ходов короля от одной до другой. Какие числа мог услышать Николай?

2. В дереве степени всех вершин нечетные. Докажите, что не меньше половины вершин — висячие.

3. У Андрея есть весы, показывающие массу взвешиваемого предмета не совсем правильно — либо на один грамм больше настоящего значения, либо на один грамм меньше (каждый раз весы обязательно ошибаются, но неизвестно, в какую сторону). Можно взвешивать любое количество предметов любое количество раз. При каких n Андрей сможет для любого набора из n предметов определить их массы с помощью своих весов?

4. В стране 20 городов, причем между любыми двумя городами проложена дорога. Министерство путей сообщения может закрыть на ремонт любую из четырех дорог, образующих циклический маршрут. Может ли после нескольких операций остаться только 19 дорог?

5. Имеется цепочка из 150 звеньев, каждое из которых весит 1 грамм. Какое наименьшее число звеньев надо расковать так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить все веса от 1 до 150 грамм (раскованное звено тоже весит 1 грамм)?

6. На лугу, имеющем форму квадрата, имеется круглая лунка. По лугу прыгает кузнечик. Перед каждым прыжком он выбирает вершину и прыгает по направлению к ней. Длина прыжка равна половине расстояния до этой вершины. Сможет ли кузнечик попасть в лунку?

7. Докажите, что ни для какого n в трехмерном пространстве не существует последовательности правильных тетраэдров $T_1, T_2, \ldots, T_n$ такой, что любые два последовательных тетраэдра имеют общую грань, T_1 и T_n также имеют общую грань, и никакие два тетраэдра не совпадают.

8. После кругового теннисного турнира на n человек в редакции оказалась полная таблица турнира, но без имён игроков, и — отдельно — полный список игроков. Журналист хочет передать в редакцию результаты нескольких игр так, чтобы по ним было возможно восстановить, кто выиграл в каждой паре. Докажите, что ему для этого хватит $n \log_2 n$ матчей.

11 класс	Разнобой	14 декабря 2015

1. Алексей отметил на доске 8×8 несколько клеток и разрешил королю ходить только по отмеченным клеткам. Затем Алексей выбрал две отмеченные клетки и сообщил Николаю число ходов короля от одной до другой. Какие числа мог услышать Николай?

2. В дереве степени всех вершин нечетные. Докажите, что не меньше половины вершин — висячие.

3. У Андрея есть весы, показывающие массу взвешиваемого предмета не совсем правильно — либо на один грамм больше настоящего значения, либо на один грамм меньше (каждый раз весы обязательно ошибаются, но неизвестно, в какую сторону). Можно взвешивать любое количество предметов любое количество раз. При каких n Андрей сможет для любого набора из n предметов определить их массы с помощью своих весов?

4. В стране 20 городов, причем между любыми двумя городами проложена дорога. Министерство путей сообщения может закрыть на ремонт любую из четырех дорог, образующих циклический маршрут. Может ли после нескольких операций остаться только 19 дорог?

5. Имеется цепочка из 150 звеньев, каждое из которых весит 1 грамм. Какое наименьшее число звеньев надо расковать так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить все веса от 1 до 150 грамм (раскованное звено тоже весит 1 грамм)?

6. На лугу, имеющем форму квадрата, имеется круглая лунка. По лугу прыгает кузнечик. Перед каждым прыжком он выбирает вершину и прыгает по направлению к ней. Длина прыжка равна половине расстояния до этой вершины. Сможет ли кузнечик попасть в лунку?

7. Докажите, что ни для какого n в трехмерном пространстве не существует последовательности правильных тетраэдров $T_1, T_2, \ldots, T_n$ такой, что любые два последовательных тетраэдра имеют общую грань, T_1 и T_n также имеют общую грань, и никакие два тетраэдра не совпадают.

8. После кругового теннисного турнира на n человек в редакции оказалась полная таблица турнира, но без имён игроков, и — отдельно — полный список игроков. Журналист хочет передать в редакцию результаты нескольких игр так, чтобы по ним было возможно восстановить, кто выиграл в каждой паре. Докажите, что ему для этого хватит $n\log_2 n$ матчей.