

1. Вершины A , B , C треугольника соединены с точками A_1 , B_1 , C_1 , лежащими на противоположных сторонах (не в вершинах). Могут ли середины отрезков AA_1 , BB_1 , CC_1 лежать на одной прямой?

2. Найдите сумму $\sin 9^\circ + \sin 49^\circ + \sin 89^\circ + \dots + \sin 329^\circ$.

3. Ребра графа, степени всех вершин которого равны 5, раскрасили в три цвета так, что по ребрам каждого цвета можно от любой вершины добраться до любой. Каким может быть число вершин этого графа?

4. Найдите последние три цифры суммы $1^{100} + 2^{100} + \dots + 1000^{100}$.

5. В каждой клетке квадрата 2015×2015 , кроме центральной, стоит один из двух знаков: "поворот" или "прямо". Робот въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ползает параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:

- 1) в клетке со знаком "прямо" он продолжает путь в том же направлении;
- 2) в клетке со знаком "поворот" он поворачивает на 90° (в любую сторону по своему выбору). Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы робот не смог врезаться в него?

6. Игра "2048" происходит на поле 4×4 . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляется плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.

- а) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
- б) Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?

7. Пусть точка T внутри треугольника ABC такова, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle ATC$. Докажите, что прямые, симметричные AT , BT , CT относительно прямых BC , AC , AB пересекаются в одной точке.

1. Вершины A , B , C треугольника соединены с точками A_1 , B_1 , C_1 , лежащими на противоположных сторонах (не в вершинах). Могут ли середины отрезков AA_1 , BB_1 , CC_1 лежать на одной прямой?
2. Найдите сумму $\sin 9^\circ + \sin 49^\circ + \sin 89^\circ + \dots + \sin 329^\circ$.
3. Ребра графа, степени всех вершин которого равны 5, раскрасили в три цвета так, что по ребрам каждого цвета можно от любой вершины добраться до любой. Каким может быть число вершин этого графа?
4. Найдите последние три цифры суммы $1^{100} + 2^{100} + \dots + 1000^{100}$.
5. В каждой клетке квадрата 2015×2015 , кроме центральной, стоит один из двух знаков: "поворот" или "прямо". Робот въезжает извне в произвольную клетку на границе квадрата, после чего ползает параллельно сторонам клеток, придерживаясь двух правил:
 - 1) в клетке со знаком "прямо" он продолжает путь в том же направлении;
 - 2) в клетке со знаком "поворот" он поворачивает на 90° (в любую сторону по своему выбору). Центральную клетку квадрата занимает дом. Можно ли расставить знаки так, чтобы робот не смог врезаться в него?
6. Игра "2048" происходит на поле 4×4 . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляются плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.
 - а) Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
 - б) Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?
7. Пусть точка T внутри треугольника ABC такова, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle ATC$. Докажите, что прямые, симметричные AT , BT , CT относительно прямых BC , AC , AB пересекаются в одной точке.