

Дан остроугольный треугольник ABC . I и O — центры его вписанной и описанной окружностей; A_1, B_1, C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами BC, AC, AB ; H_a, H_b, H_c — основания высот из вершин A, B, C ; A_0, B_0, C_0 — середины сторон BC, AC, AB ; I_a, I_b, I_c — точки, симметричные точке I относительно прямых B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 ; O' — центр описанной окружности треугольника $I_aI_bI_c$.

1. Докажите, что I_a — ортоцентр треугольника AB_1C_1 .
2. Докажите, что четырехугольники $AI_aI_bB, BI_bI_cC, CI_cI_aA$ вписанные. (Обозначим центры окружностей за O_c, O_a, O_b соответственно)
3. Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника $O_aO_bO_c$.
4. Докажите, что O' является ортоцентром треугольника $A_1B_1C_1$.
5. Докажите, что I_a — центр вписанной окружности треугольника AH_bH_c .
6. Докажите, что общая внешняя касательная, проведенная к вписанным окружностям треугольников BH_aH_c и CH_aH_b , отличная от стороны BC , проходит через O' .
7. Докажите, что прямая I_aO' перпендикулярна BC .
8. Докажите, что треугольники $I_aI_bI_c$ и $O_aO_bO_c$ гомотетичны, причем центр гомотетии лежит на OI .
9. а) Докажите, что прямые I_aH_a, I_bH_b, I_cH_c пересекаются в одной точке.
б) Докажите, что прямые I_aA_0, I_bB_0, I_cC_0 пересекаются в одной точке.

Дан остроугольный треугольник ABC . I и O — центры его вписанной и описанной окружностей; A_1, B_1, C_1 — точки касания вписанной окружности со сторонами BC, AC, AB ; H_a, H_b, H_c — основания высот из вершин A, B, C ; A_0, B_0, C_0 — середины сторон BC, AC, AB ; I_a, I_b, I_c — точки, симметричные точке I относительно прямых B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 ; O' — центр описанной окружности треугольника $I_aI_bI_c$.

1. Докажите, что I_a — ортоцентр треугольника AB_1C_1 .
2. Докажите, что четырехугольники $AI_aI_bB, BI_bI_cC, CI_cI_aA$ вписанные. (Обозначим центры окружностей за O_c, O_a, O_b соответственно)
3. Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника $O_aO_bO_c$.
4. Докажите, что O' является ортоцентром треугольника $A_1B_1C_1$.
5. Докажите, что I_a — центр вписанной окружности треугольника AH_bH_c .
6. Докажите, что общая внешняя касательная, проведенная к вписанным окружностям треугольников BH_aH_c и CH_aH_b , отличная от стороны BC , проходит через O' .
7. Докажите, что прямая I_aO' перпендикулярна BC .
8. Докажите, что треугольники $I_aI_bI_c$ и $O_aO_bO_c$ гомотетичны, причем центр гомотетии лежит на OI .
9. а) Докажите, что прямые I_aH_a, I_bH_b, I_cH_c пересекаются в одной точке.
б) Докажите, что прямые I_aA_0, I_bB_0, I_cC_0 пересекаются в одной точке.