

1. Положительные числа  $a, b, c$  меньше 1, причём их сумма больше 2. Докажите неравенство

$$(1-a)(1-b)(1-c) < \frac{1}{27}.$$

2. Сумма квадратов чисел  $a, b, c, d$  равна 4. Докажите неравенство  $(2+a)(2+b) \geq cd$ .

3. Положительные числа  $a, b, c, d$ , меньшие 1, удовлетворяют условию  $abcd = (1-a)(1-b)(1-c)(1-d)$ . Докажите неравенство

$$a+b+c+d - (a+c)(b+d) \geq 1.$$

4. Для положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  докажите неравенство

$$\left(1 + \frac{a_1^2}{a_2}\right) \left(1 + \frac{a_2^2}{a_3}\right) \dots \left(1 + \frac{a_n^2}{a_1}\right) \geq (1+a_1)(1+a_2) \dots (1+a_n).$$

5. Положительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют условию  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Докажите неравенство

$$\frac{a^2}{1+2bc} + \frac{b^2}{1+2ac} + \frac{c^2}{1+2ab} \geq \frac{3}{5}.$$

6. Сумма положительных чисел  $a, b$  и  $c$  равна 1. Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{ab}{ab+c}} + \sqrt{\frac{bc}{bc+a}} + \sqrt{\frac{ca}{ca+b}} \leq \frac{3}{2}.$$

7. Сумма положительных  $a, b, c, d$  равна 4. Докажите неравенство

$$\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2.$$

8. Числа  $a, b, c$  лежат на отрезке  $[1; 2]$ . Докажите неравенство

$$(a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 6 \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right).$$

1. Положительные числа  $a, b, c$  меньше 1, причём их сумма больше 2. Докажите неравенство

$$(1-a)(1-b)(1-c) < \frac{1}{27}.$$

2. Сумма квадратов чисел  $a, b, c, d$  равна 4. Докажите неравенство  $(2+a)(2+b) \geq cd$ .

3. Положительные числа  $a, b, c, d$ , меньшие 1, удовлетворяют условию  $abcd = (1-a)(1-b)(1-c)(1-d)$ . Докажите неравенство

$$a+b+c+d - (a+c)(b+d) \geq 1.$$

4. Для положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  докажите неравенство

$$\left(1 + \frac{a_1^2}{a_2}\right) \left(1 + \frac{a_2^2}{a_3}\right) \dots \left(1 + \frac{a_n^2}{a_1}\right) \geq (1+a_1)(1+a_2) \dots (1+a_n).$$

5. Положительные числа  $a, b, c$  удовлетворяют условию  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Докажите неравенство

$$\frac{a^2}{1+2bc} + \frac{b^2}{1+2ac} + \frac{c^2}{1+2ab} \geq \frac{3}{5}.$$

6. Сумма положительных чисел  $a, b$  и  $c$  равна 1. Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{ab}{ab+c}} + \sqrt{\frac{bc}{bc+a}} + \sqrt{\frac{ca}{ca+b}} \leq \frac{3}{2}.$$

7. Сумма положительных  $a, b, c, d$  равна 4. Докажите неравенство

$$\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2.$$

8. Числа  $a, b, c$  лежат на отрезке  $[1; 2]$ . Докажите неравенство

$$(a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 6 \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right).$$