

Наивное определение. Функция $f(x)$ называется *непрерывной*, если при малых изменениях x мало изменяется значение функции.

Теорема о промежуточном значении. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[x_1, x_2]$ и $f(x_1) = a$, $f(x_2) = b$, то для любого числа c между a и b найдется такое $x_0 \in [x_1, x_2]$, что $f(x_0) = c$.

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
2. Существует ли тетраэдр $ABCD$, у которого $AB = CD = 8$, $AC = BD = 10$, $BC = 12$, $AD = 13$?
3. В пространстве дан произвольный угол A . Выберем произвольное α от 0° до 180° . Докажите, что найдется плоскость, такая что проекцией угла A на эту плоскость является угол величины α .
4. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.

Определение. *Хордой* фигуры A называется отрезок, концы которого принадлежат границе A , а сам он целиком принадлежит A .

5. а) Дана плоская выпуклая клякса и прямая l . Докажите, что существует хорда параллельная l , которая делит кляксу на две части одинаковой площади.

б) Пусть клякса невыпуклая. Верно ли, что существует хотя бы одна хорда, которая делит ее площадь пополам?

с) Дан произвольный многоугольник. Докажите, что его можно разделить некоторой хордой на части, площадь каждой из которых не меньше, чем $1/3$ площади многоугольника.

6. а) На плоскости лежат два выпуклых плоских торта. Докажите, что можно сделать один прямолинейный разрез, который каждый торт поделит на две части одинаковой площади.

б) Имеется выпуклый плоский торт. Докажите, что его можно двумя прямолинейными перпендикулярными разрезами разделить на 4 части одинаковой площади.

с*) Дан бутерброд с сыром и колбасой. Докажите, что его можно одним прямолинейным разрезом разделить на две части, в которых будет одинаковое количество сыра, колбасы и хлеба.

Наивное определение. Функция $f(x)$ называется *непрерывной*, если при малых изменениях x мало изменяется значение функции.

Теорема о промежуточном значении. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[x_1, x_2]$ и $f(x_1) = a$, $f(x_2) = b$, то для любого числа c между a и b найдется такое $x_0 \in [x_1, x_2]$, что $f(x_0) = c$.

1. Можно ли в окружность радиуса 1 вписать треугольник периметра 5?
2. Существует ли тетраэдр $ABCD$, у которого $AB = CD = 8$, $AC = BD = 10$, $BC = 12$, $AD = 13$?
3. В пространстве дан произвольный угол A . Выберем произвольное α от 0° до 180° . Докажите, что найдется плоскость, такая что проекцией угла A на эту плоскость является угол величины α .
4. Докажите, что у произвольного многоугольника можно поменять углы так, чтобы он стал вписанным. Длины сторон и их последовательность при этом остаются прежними.

Определение. *Хордой* фигуры A называется отрезок, концы которого принадлежат границе A , а сам он целиком принадлежит A .

5. а) Дана плоская выпуклая клякса и прямая l . Докажите, что существует хорда параллельная l , которая делит кляксу на две части одинаковой площади.

б) Пусть клякса невыпуклая. Верно ли, что существует хотя бы одна хорда, которая делит ее площадь пополам?

с) Дан произвольный многоугольник. Докажите, что его можно разделить некоторой хордой на части, площадь каждой из которых не меньше, чем $1/3$ площади многоугольника.

6. а) На плоскости лежат два выпуклых плоских торта. Докажите, что можно сделать один прямолинейный разрез, который каждый торт поделит на две части одинаковой площади.

б) Имеется выпуклый плоский торт. Докажите, что его можно двумя прямолинейными перпендикулярными разрезами разделить на 4 части одинаковой площади.

с*) Дан бутерброд с сыром и колбасой. Докажите, что его можно одним прямолинейным разрезом разделить на две части, в которых будет одинаковое количество сыра, колбасы и хлеба.