

1. Все попарные суммы натуральных чисел a_1, \dots, a_n различны и в порядке возрастания образуют арифметическую прогрессию. При каких n такое возможно?
2. Существует ли бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел a_n такая, что для любого целого неотрицательного k последовательность $b_n = a_n + k$ содержит лишь конечное число простых чисел?
3. При каких натуральных n число $n^5 + n^4 + n^3 + n^2 + n + 1$ делится на 101?
4. Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия, состоящая из натуральных чисел, содержит точный куб натурального числа. Докажите, что она содержит и точный куб, не являющийся точным квадратом.
5. Пусть n – натуральное число, а k – нечётное натуральное число. Целые числа a, b и c удовлетворяют соотношению $a^n + kb = b^n + kc = c^n + ka$. Докажите, что $a = b = c$.
6. Конечно или бесконечно множество натуральных чисел, у которых как в десятичной записи, так и в семеричной записи нет нуля?
7. Решите в натуральных числах уравнение $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$.
8. Рассмотрим три целых числа a, b, c , где b – нечетное. Пусть $x_0 = 4, x_1 = 0, x_2 = 2c, x_3 = 3b$ и $x_{n+3} = ax_{n-1} + bx_n + cx_{n+1}$. Докажите, что $x_{p^\alpha} \equiv p$ для всех простых p и натуральных α .

1. Все попарные суммы натуральных чисел a_1, \dots, a_n различны и в порядке возрастания образуют арифметическую прогрессию. При каких n такое возможно?
2. Существует ли бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел a_n такая, что для любого целого неотрицательного k последовательность $b_n = a_n + k$ содержит лишь конечное число простых чисел?
3. При каких натуральных n число $n^5 + n^4 + n^3 + n^2 + n + 1$ делится на 101?
4. Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия, состоящая из натуральных чисел, содержит точный куб натурального числа. Докажите, что она содержит и точный куб, не являющийся точным квадратом.
5. Пусть n – натуральное число, а k – нечётное натуральное число. Целые числа a, b и c удовлетворяют соотношению $a^n + kb = b^n + kc = c^n + ka$. Докажите, что $a = b = c$.
6. Конечно или бесконечно множество натуральных чисел, у которых как в десятичной записи, так и в семеричной записи нет нуля?
7. Решите в натуральных числах уравнение $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$.
8. Рассмотрим три целых числа a, b, c , где b – нечетное. Пусть $x_0 = 4, x_1 = 0, x_2 = 2c, x_3 = 3b$ и $x_{n+3} = ax_{n-1} + bx_n + cx_{n+1}$. Докажите, что $x_{p^\alpha} \equiv p$ для всех простых p и натуральных α .