Оценка + пример

1. Число называется *несложным*, если оно является произведением ровно двух простых (быть может, равных). Какое наибольшее количество несложных чисел может идти подряд?

2. На новом сайте зарегистрировалось 2000 человек. Каждый пригласил к себе в друзья по 1000 человек. Два человека объявляются друзьями тогда и только тогда, когда каждый из них пригласил другого в друзья. Какое наименьшее количество пар друзей могло образоваться?

3. В наборе несколько гирь, все веса которых различны. Известно, что если положить любую пару гирь на левую чашу, можно весы уравновесить, положив на правую чашу одну или несколько гирь из остальных. Найдите наименьшее возможное число гирь в наборе.

4. Петя красит клетки таблицы $n \times n$ по следующему правилу: если какая-то незакрашенная клетка граничит по стороне с двумя закрашенными, то ее можно закрасить. Какое наименьшее число клеток могло быть закрашено изначально, если известно, что Петя смог закрасить все клетки?

5. Два муравья проползли каждый по своему замкнутому маршруту на доске 7×7. Каждый полз только по сторонам клеток доски и побывал в каждой из 64 вершин клеток ровно один раз. Каково наименьшее возможное число таких сторон, по которым проползали и первый, и второй муравьи?

6. Расстоянием между числами $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ и $\overline{b_1b_2b_3b_4b_5}$ назовем максимальное i, для которого $a_i \neq b_i$. Все пятизначные числа выписаны друг за другом в некотором порядке. Какова при этом минимально возможная сумма расстояний между соседними числами?

7. В какое наибольшее число цветов можно раскрасить все клетки доски размера 10×10 так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце находились клетки не более, чем пяти различных цветов?

8. Какое минимальное количество клеток можно закрасить черным в белом квадрате 300×300, чтобы никакие три черные клетки не образовывали уголок, а после закрашивания любой белой клетки это условие нарушалось?

9. За круглым столом сидит компания из тридцати человек. Каждый из них либо дурак, либо умный. Всех сидящих спрашивают: «Кто Ваш сосед справа – умный или дурак?». В ответ умный говорит правду, а дурак может сказать как правду, так и ложь. Известно, что количество дураков не превосходит F. При каком наибольшем значении F всегда можно, зная эти ответы, указать на умного человека в этой компании?