

Инвариант

1. На доске написано число 1234. Разрешается к числу либо прибавить по единице к двум соседним цифрам, либо вычесть по единице (если среди них нет девяток, нулей соответственно). Можно ли получить число 2013?
2. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 20$. Разрешается стереть любые два числа a и b и записать вместо них число $ab + a + b$. Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?
3. Какое максимальное количество диагональных ходов может совершить король, обойдя всю шахматную доску по пути без самопересечений? (Король ходит на любую соседнюю клетку по стороне или вершине)
4. Муравей ползает по замкнутому маршруту по ребрам додекаэдра, нигде не разворачиваясь назад. Маршрут проходит ровно по два раза по каждому ребру. Докажите, что некоторое ребро муравей проходит оба раза в одном и том же направлении.