

Теорема Шаля

1. Чему равна композиция
(а) двух поворотов? (б) двух симметрий?
(с) симметрии и поворота?
(д) симметрии и параллельного переноса?
(е) поворота и параллельного переноса?
(ф) двух центральных симметрий?
2. Докажите, что любое движение однозначно задается образами трех неколлинеарных точек.
3. Докажите, что всякое собственное движение плоскости является или поворотом, или параллельным переносом.
4. Докажите, что всякое несобственное движение плоскости является скользящей симметрией.
5. На плоскости имеется многоугольник с нечетным числом сторон. Точку M последовательно отражают относительно середин сторон многоугольника, получается точка N . Докажите, что середина MN является вершиной многоугольника.
6. Докажите, что любое движение является композицией не более, чем трех симметрий.
7. Дан треугольник ABC . Постройте точки K , L и M такие, чтобы треугольники AKM , BLK и CLM были правильными.
8. На плоскости нарисованы два равных треугольника $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$, причем направление обхода вершин у них разное. Докажите, что середины отрезков A_1A_2 , B_1B_2 и C_1C_2 лежат на одной прямой.
9. Стороны выпуклого четырехугольника проходят через вершины параллелограмма. Известно, что три из них делятся этими вершинами пополам. Докажите, что четвертая тоже делится пополам.
10. Дан треугольник ABC . Произвольная точка плоскости M последовательно отражается относительно прямых AB , AC и BC . Результат этого действия обозначим через $T(M)$. Найдите множество точек M таких, что расстояние между M и $T(M)$ минимально.