

## Разнойой

1. Докажите, что доску  $12 \times 12$  можно разрезать на прямоугольники  $1 \times 2$  более, чем  $10^{14}$  способами.
2. Выпуклый четырехугольник  $ABCD$  таков, что  $AC + BD = 20$ ,  $AB + CD = 12$ . Какое наибольшее значение может принимать площадь четырехугольника  $ABCD$ ?
3. Дано натуральное число  $n$  и набор различных натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ , каждое из которых не превосходит  $n^2$ . Докажите, что в множестве попарных разностей этого набора какое-то ненулевое число встретится не менее трех раз.
4. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots$ , что для любого натурального  $n$  выполнено соотношение  $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}}$ ?
5. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB = AC$ ) провели такую чевиану  $AH$ , что радиус вписанной в треугольник  $ABH$  окружности равен радиусу невписанной в треугольник  $ACH$  окружности, касающейся отрезка  $CH$ . Докажите, эти радиусы равны четверти длины высоты треугольника  $ABC$ , опущенной на боковую сторону.
6. Найдите максимальное количество ребер в графе на  $n \geq 6$  вершинах, где любые два цикла имеют общую вершину.