

Инвариант — это величина, которая не изменяется в результате некоторых действий. В качестве инварианта часто используют чётность, произведение или сумму данных чисел и тому подобные величины.

1. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. Если встречаются два хамелеона разного цвета, то они одновременно меняют свой цвет на третий. Может ли случиться, что через некоторое время все хамелеоны будут одного цвета?

Для самостоятельного решения

2. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?
3. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
4. В памяти робота записано число 2015. За одну операцию робот может прибавить к имеющемуся числу 10, поменять цифры в разряде десятков и сотен местами, а также умножить имеющееся число на 11. Может ли робот за несколько ходов добиться того, чтобы в его памяти оказалось записано число 20154102?
5. Разменный автомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять одну монету на 26 монет?
6. На доске записано число 2013^{2014} . У него вычислили сумму цифр. Затем у результата вычислили сумму цифр. Так повторяли до тех пор, пока не осталось однозначное число. Какое?
7. На доске написаны числа
 - а) 1, 2, 3, ..., 2013;
 - б) 1, 2, 3, ..., 2015.Разрешается стереть два любых числа и вместо них написать разность. Можно ли добиться того, чтобы все числа были нулями?
8. Дана шахматная доска. Разрешается перекрашивать в другой цвет сразу все клетки, расположенные внутри квадрата размером 2×2 . Может ли при этом на доске остаться ровно одна черная клетка?
9. Утром в луже плавало 19 синих и 95 красных амёб. Иногда амёбы сливаются. Если сливаются две красные амёбы, то получается одна синяя. Если сливаются две синие амёбы, то получившаяся амёба мгновенно делится, и образуется 4 красные амёбы. Наконец, если синяя амёба сливается с красной, то это приводит к появлению трех красных амёб. Вечером в луже оказалось 100 амёб. Сколько среди них красных?

Следующие задачи записать в тетради и сдать!

10. Даны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять по 1. Можно ли, проделав это несколько раз, сделать эти числа равными?
11. На чудо-яблоне растут бананы и ананасы. За один ход разрешается сорвать с нее два плода. Если сорвать с нее два банана или два ананаса, то вырастет еще один ананас, а если один банан и один ананас, то вырастет один банан. Какой это плод, если изначально на дереве было 23 банана и 30 ананасов.