

## Индукция.

1. Докажите тождества:

(a)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

(b)  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(n + 6)/6$ .

(c)  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$ .

2. (a)  $10^n + 18n - 1 : 27$ .

(b)  $11^{n+2} + 12^{2n+1} : 133$ .

(c)  $n^3 + 5n : 6$ .

(d)  $2^{3^n} + 1 : 3^{n+1}$ .

3. Докажите, что число, записываемое с помощью  $3^n$  единиц делится на  $3^n$ .

4. Число  $x$  таково, что  $x + 1/x$  — целое число. Докажите, что тогда для любого натурального  $n$  число  $x^n + 1/x^n$  — целое.

5. Докажите, что для любого натурального  $n$  и  $x > -1$  верно  $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ .

6. Докажите, что для любого натурального  $n$  верно  $1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + \dots + 1/n^2 < 2$ .

## Индукция.

1. Докажите тождества:

(a)  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

(b)  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(n + 6)/6$ .

(c)  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$ .

2. (a)  $10^n + 18n - 1 : 27$ .

(b)  $11^{n+2} + 12^{2n+1} : 133$ .

(c)  $n^3 + 5n : 6$ .

(d)  $2^{3^n} + 1 : 3^{n+1}$ .

3. Докажите, что число, записываемое с помощью  $3^n$  единиц делится на  $3^n$ .

4. Число  $x$  таково, что  $x + 1/x$  — целое число. Докажите, что тогда для любого натурального  $n$  число  $x^n + 1/x^n$  — целое.

5. Докажите, что для любого натурального  $n$  и  $x > -1$  верно  $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ .

6. Докажите, что для любого натурального  $n$  верно  $1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + \dots + 1/n^2 < 2$ .