

Раскраски — 2.

1. Можно ли из 13 кирпичей $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ с дыркой $1 \times 1 \times 1$ в центре?
2. На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать не менее 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом (соприкасающимися считаются клетки, имеющие хотя бы одну общую вершину).
3. Есть треугольник, разбитый на 25 меньших треугольников, занумерованных числами от 1 до 25. Можно ли эти же числа расставить в клетках квадрата 5×5 так, чтобы любые два числа, записанные в соседних треугольниках, были записаны и в соседних клетках квадрата? (Треугольники, так же, как и клетки квадрата, считаются соседними, если имеют общую сторону.)
4. Квадрат 8×8 клеток покрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить все их в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные – в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
5. Какое наибольшее количество прямоугольников 4×1 можно разместить в квадрате 6×6 (не нарушая границ клеток)?
6. В квадрате 7×7 клеток размещено 16 плиток размером 1×3 и одна плитка 1×1 . Докажите, что плитка 1×1 либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.
7. Доска 8×8 разрезана на доминошки размером 2×1 клетки. Докажите, что количество горизонтальных и вертикальных доминошек чётно.
8. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.

Раскраски — 2.

1. Можно ли из 13 кирпичей $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ с дыркой $1 \times 1 \times 1$ в центре?
2. На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать не менее 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом (соприкасающимися считаются клетки, имеющие хотя бы одну общую вершину).
3. Есть треугольник, разбитый на 25 меньших треугольников, занумерованных числами от 1 до 25. Можно ли эти же числа расставить в клетках квадрата 5×5 так, чтобы любые два числа, записанные в соседних треугольниках, были записаны и в соседних клетках квадрата? (Треугольники, так же, как и клетки квадрата, считаются соседними, если имеют общую сторону.)
4. Квадрат 8×8 клеток покрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить все их в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные – в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
5. Какое наибольшее количество прямоугольников 4×1 можно разместить в квадрате 6×6 (не нарушая границ клеток)?
6. В квадрате 7×7 клеток размещено 16 плиток размером 1×3 и одна плитка 1×1 . Докажите, что плитка 1×1 либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.
7. Доска 8×8 разрезана на доминошки размером 2×1 клетки. Докажите, что количество горизонтальных и вертикальных доминошек чётно.
8. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.