

## Чётность.

1. В ряд выписаны числа от 1 до 2018. Можно ли между ними расставить знаки  $+$  и  $-$  так, чтобы в итоге получить 0?

2. (а) В стране несколько городов, некоторые из них соединены дорогами. Может ли в стране быть ровно 3 города, из которых выходит 9 дорог, а из всех остальных по 10?

(б) У марсиан бывает произвольное число рук. Однажды все марсиане взялись за руки так, что свободных рук не осталось. Докажите, что число марсиан, у которых нечётное число рук, чётно.

3. (а) Кузнечик прыгал вдоль прямой и вернулся в исходную точку (длина прыжка 1 м). Докажите, что он сделал чётное число прыжков.

(б) Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью и каждые 15 минут поворачивает на  $90^\circ$ . Докажите, что она может вернуться в исходную точку только через целое число часов.

4. Может ли замкнутая кривая без самопересечений пересекать окружность ровно 2015 раз?

5. Даны 6 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять 1. Можно ли все числа сделать равными?

6. На доске написаны числа 1, 2, ..., 101. Разрешается стереть любые два числа и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это число не может быть нулем.

7. Квадрат  $5 \times 5$  заполнен числами так, что произведение чисел в любой строке отрицательно. Докажите, что найдётся столбец, в котором произведение всех чисел отрицательно.

8. На прямой стоят две фишки: слева красная, справа синяя. Разрешается производить любую из двух операций: вставку двух фишек одного цвета подряд (между фишками или с краю) и удаление пары соседних одноцветных фишек (между которыми нет других фишек). Можно ли с помощью таких операций оставить на прямой ровно две фишки: слева синюю, а справа красную?

## Чётность.

1. В ряд выписаны числа от 1 до 2018. Можно ли между ними расставить знаки  $+$  и  $-$  так, чтобы в итоге получить 0?

2. (а) В стране несколько городов, некоторые из них соединены дорогами. Может ли в стране быть ровно 3 города, из которых выходит 9 дорог, а из всех остальных по 10?

(б) У марсиан бывает произвольное число рук. Однажды все марсиане взялись за руки так, что свободных рук не осталось. Докажите, что число марсиан, у которых нечётное число рук, чётно.

3. (а) Кузнечик прыгал вдоль прямой и вернулся в исходную точку (длина прыжка 1 м). Докажите, что он сделал чётное число прыжков.

(б) Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью и каждые 15 минут поворачивает на  $90^\circ$ . Докажите, что она может вернуться в исходную точку только через целое число часов.

4. Может ли замкнутая кривая без самопересечений пересекать окружность ровно 2015 раз?

5. Даны 6 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять 1. Можно ли все числа сделать равными?

6. На доске написаны числа 1, 2, ..., 101. Разрешается стереть любые два числа и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это число не может быть нулем.

7. Квадрат  $5 \times 5$  заполнен числами так, что произведение чисел в любой строке отрицательно. Докажите, что найдётся столбец, в котором произведение всех чисел отрицательно.

8. На прямой стоят две фишки: слева красная, справа синяя. Разрешается производить любую из двух операций: вставку двух фишек одного цвета подряд (между фишками или с краю) и удаление пары соседних одноцветных фишек (между которыми нет других фишек). Можно ли с помощью таких операций оставить на прямой ровно две фишки: слева синюю, а справа красную?