

Принцип Дирихле.

1. В классе 40 учеников. Правда ли, что найдётся месяц, в который родилось не меньше 4 учеников из этого класса.
2. Доказать, что среди любых $n+1$ целых чисел найдутся 2, разность которых делится на n .
3. Оказывается, что океан покрывает больше половины площади поверхности Земли. Правда ли, что найдутся две симметричные относительно центра Земли точки, которые обе покрыты океаном?
4. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.
5. На карьере добыли 36 камней. Их веса составляют арифметическую прогрессию: 490 кг, 495 кг, 500 кг, . . . , 665 кг. Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?
6. Какое наибольшее количество клеток можно покрасить в доске 6×6 так, чтобы никакие две закрасенные клетки не соприкасались (даже по вершине)?
7. На плоскости проведено 12 прямых. Докажите, что какие-то две из них образуют угол не больше 15° .
8. В группе 30 человек. Каждому нравится ровно k людей из этой группы. При каком наименьшем k обязательно найдутся два человека из группы, которые нравятся друг другу?
9. В ряд записано n натуральных чисел. Докажите, что найдётся несколько подряд идущих из них (может быть одно), сумма которых делится на n .
10. Даны $k+1$ число, меньшие $2k$. Докажите, что всегда можно выбрать 2, отношение которых есть степень двойки.

Домашние задачи.

11. В квадрате со стороной 10 отмечено 26 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя отмеченными точками меньше 3.
12. Первоклассник Петя знает только цифру 1. Докажите, что он может написать число, делящееся на 2013.
13. Комиссия из 60 человек провела 40 заседаний, причём на каждом присутствовало ровно 10 членов комиссии. Докажите, что какие-то два члена комиссии встречались на её заседаниях по крайней мере дважды.