

Чётность.

1. Можно ли 25 рублей разменять десятью монетами по 1, 3 и 5 рублей?
2. Кузнечик прыгал вдоль прямой и вернулся в исходную точку (длина прыжка 1 м). Докажите, что он сделал чётное число прыжков.
3. В ряд стоят 100 фишек. Разрешается менять местами любые две фишки, стоящие через одну. Можно ли таким способом переставить фишки в обратном порядке?
4. Даны 6 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять 1. Можно ли все числа сделать равными?
5. На доске написаны числа 1, 2, ..., 101. Разрешается стереть любые два числа и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это число не может быть нулем.
6. В стране несколько городов, некоторые из них соединены дорогами. Может ли в стране быть ровно 3 города, из которых выходит 9 дорог, а из всех остальных по 10?
7. Может ли замкнутая кривая без самопересечений пересекать окружность ровно 2015 раз?

Домашние задачи.

8. У марсиан бывает произвольное число рук. Однажды все марсиане взяли за руки так, что свободных рук не осталось. Докажите, что число марсиан, у которых нечётное число рук, чётно.
9. В ряд выписаны числа от 1 до 10. Можно ли между ними расставить знаки + и - так, чтобы в итоге получить 0?
10. На столе стоят 7 перевёрнутых стаканов. Разрешается одновременно переворачивать любые два стакана. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?