

## Графы.

1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи — Иван и Антон, Максим — сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите. По соседству живут Евгений с Никитой, Иван с Сергеем, Евгений с Димой, Сергей с Антоном, причём больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться к Никите за яблоками?
2. Гарри Поттер умеет превращать жабу в принцессу, гриб в жабу и грушу, грушу в яблоко, огрызок от яблока в котёнка и ёжика, котёнка в грушу или яблоко, ёжика в грушу, а яблоко — только в огрызок. Сейчас у него есть яблоко. Сможет ли он превратить его в принцессу?
3. На День рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Митя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух, сидящих рядом, в именах встречались одинаковые буквы.
4. В стране Пятнашка пятнадцать городов, каждый из которых соединён дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого (возможно, проезжая через другие города).
5. В этой же Пятнашке решили построить железную дорогу так, чтобы каждый город был соединён ровно с тремя другими. Удастся ли пятнашцам осуществить этот проект?
6. Пятнашцам был предложен ещё один план железнодорожной сети. Предлагалось построить железные дороги так, чтобы из каждого города выходило по 1, 5, 7 или 11 дорог. Осуществим ли такой план?
7. Сможет ли конь обойти доску  $4 \times 4$ , если из нее вырезать угловые клетки?
8. В углах шахматной доски  $3 \times 3$  стоят 4 коня: 2 белых (в соседних углах) и два чёрных. Можно ли за несколько ходов (по шахматным правилам) поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета?
9. В трёх вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается передвигать их по диагонали в любую свободную вершину. Можно ли таким образом добиться того, чтобы одна из фишек вернулась на свое место, а две другие поменялись местами?
10. Докажите, что среди шести человек всегда есть либо трое знакомых, либо трое незнакомых друг с другом.

## Графы.

1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи — Иван и Антон, Максим — сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите. По соседству живут Евгений с Никитой, Иван с Сергеем, Евгений с Димой, Сергей с Антоном, причём больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться к Никите за яблоками?
2. Гарри Поттер умеет превращать жабу в принцессу, гриб в жабу и грушу, грушу в яблоко, огрызок от яблока в котёнка и ёжика, котёнка в грушу или яблоко, ёжика в грушу, а яблоко — только в огрызок. Сейчас у него есть яблоко. Сможет ли он превратить его в принцессу?
3. На День рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Митя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух, сидящих рядом, в именах встречались одинаковые буквы.
4. В стране Пятнашка пятнадцать городов, каждый из которых соединён дорогами не менее, чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого (возможно, проезжая через другие города).
5. В этой же Пятнашке решили построить железную дорогу так, чтобы каждый город был соединён ровно с тремя другими. Удастся ли пятнашкам осуществить этот проект?
6. Пятнашкам был предложен ещё один план железнодорожной сети. Предлагалось построить железные дороги так, чтобы из каждого города выходило по 1, 5, 7 или 11 дорог. Осуществим ли такой план?
7. Сможет ли конь обойти доску  $4 \times 4$ , если из нее вырезать угловые клетки?
8. В углах шахматной доски  $3 \times 3$  стоят 4 коня: 2 белых (в соседних углах) и два чёрных. Можно ли за несколько ходов (по шахматным правилам) поставить коней так, чтобы во всех соседних углах стояли кони разного цвета?
9. В трёх вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается передвигать их по диагонали в любую свободную вершину. Можно ли таким образом добиться того, чтобы одна из фишек вернулась на свое место, а две другие поменялись местами?
10. Докажите, что среди шести человек всегда есть либо трое знакомых, либо трое незнакомых друг с другом.