

Принцип Дирихле.

- 1.** *Принцип Дирихле.* Если в N клетках сидит не менее $N + 1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее двух кроликов.
- 2.** В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее количество шариков нужно вытащить из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказалось два шарика одного цвета?
- 3.** а) Есть три целых числа. Докажите, что можно выбрать два, разность которых делится на 2.
б) Дано 12 целых чисел. Докажите, что можно выбрать два, разность которых делится на 11.
- 4.** *Обобщённый принцип Дирихле.* Если в N клетках сидит не менее $kN + 1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее $k + 1$ кроликов.
- 5.** В магазин привезли 25 ящиков яблок трех разных сортов (в каждом ящике яблоки одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного сорта.
- 6.** Дано 8 различных натуральных чисел, не больше 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.
- 7.** Докажите, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое количество знакомых в этой компании.
- 8.** Какое наибольшее количество королей можно поставить на шахматную доску так, чтобы никакие два не били друг друга?
- 9.** Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.
- 10.** Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.
- 11.** Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое количество матчей.
- 12.** В квадрат со стороной 1 метр бросили 51 точку. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.