Инварианты.

1. В одной клетке квадратной таблицы 4 х 4 стоит знак минус, а в остальных стоят плюсы. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке или в одном столбце. Докажите, что, сколько бы мы ни проводили таких перемен знака, нам не удастся получить таблицу из одних плюсов.

2. Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

3. На прямой стоят две фишки: слева красная, справа синяя. Разрешается производить любую из двух операций: вставку двух фишек одного цвета подряд (между фишками или с краю) и удаление пары соседних одноцветных фишек (между которыми нет других фишек) . Можно ли с помощью таких операций оставить на прямой ровно две фишки: слева синюю, а справа красную?

4. На доске написаны числа 1, 2, 3, . . . , 20. За ход стираются два числа a и b и вместо них пишется число $a + b - 1$. Какое число может остаться на доске после 19 ходов?

5. Петя разорвал листок бумаги на 10 кусков, некоторые из этих кусков он снова разорвал на 10 кусков и так далее. Мог ли Петя получить таким образом 2009 кусочков бумаги?

6. На табло горит число 1001. Каждую секунду какие-то две соседние цифры одновременно либо увеличиваются на 1, либо уменьшаются на 1 (если могут). Может ли на табло загореться число 2015?

7. На острове Серобуромалин живут хамелеоны: 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых. Если два хамелеона разных цветов встречаются, то они оба меняют свой цвет на третий. Может ли случиться, что в некоторый момент все хамелеоны на острове станут одного цвета?

8. На 44 деревьях, расположенных по кругу, сидели по одному веселому чижу. Время от времени какие- то два чижа перелетают один по часовой стрелке, а другой — против, каждый — на соседнее дерево. Могут ли все чижи собраться на одном дереве?

9. На доске написаны числа 1, 2, 3, . . . , 20. Разрешается стереть любые два числа и b, и написать вместо них число $ab + a + b$ Какое число может остаться на доске после 19 таких операций?

10. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кощей Бессмертный чахнет над златом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого- то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кощей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть злата у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.