

ТЕСТ. 10 класс.

ФИО

КЛАСС ШКОЛА

Какие у Вас есть успехи на математических олимпиадах? Напишите 1-2 наиболее значительных.

1.

2.

1. Пусть a, b, n – целые числа, про которые известно, что произведение ab делится нацело на n . Какие из следующих утверждений верны при любых таких a, b и n ?

- а) Если n четно, то хотя бы одно из чисел a, b четно.
- б) Если n нечетно, то хотя бы одно из чисел a, b нечетно.
- в) Если $n = 12$, то хотя бы одно из чисел a, b делится на 4.
- г) Если $n = m^2$, то хотя бы одно из чисел a, b делится на m .
- д) Если n – простое число, то хотя бы одно из чисел a, b делится на n .

Ответ

2. Первый член последовательности равен 2015, а каждый следующий получается извлечением квадратного корня из предыдущего. Наименьшее n , при котором n -й член последовательности меньше 3, равно

- а) 2015;
- б) 2014;
- в) 10;
- г) 4;
- д) 3.

Ответ

3. Отец на 21 год старше сына, причем и возраст отца, и возраст сына – простые числа. Сколько им лет суммарно?

Ответ

4. Петя и Вася живут в одном доме и ходят в одну школу. Расстояние от дома до школы Петя проходит за 20 минут, а Вася – за 25. Однажды Петя вышел на 2 минуты позже Пети. Через сколько минут он догонит Васю?

Ответ

5. В окружность вписан правильный треугольник, а в него снова вписана окружность. Найдите радиус меньшей окружности, если радиус большей равен 12.

Ответ

6. Если выписать подряд все 4-значные числа: 100010011002...9999, то какая цифра будет стоять на 2016-м месте?

Ответ

7. У дядюшки Скруджа есть сейф с кодовым замком, код состоит из 3 цифр от 0 до 9. Как-то Скрудж проговорился своим племянникам, что в его коде средняя цифра равна сумме первой и третьей. Какое наименьшее количество комбинаций должны перебрать его племянники – Билли, Вилли и Дилли, чтобы гарантированно открыть сейф?

Ответ

8. Геометрическая прогрессия состоит из шести членов. Известно, что сумма первого, третьего и пятого членов на 6 меньше, чем сумма оставшихся членов. А сумма первых трех членов в 8 раз меньше суммы оставшихся членов. Найдите сумму всех 6 членов.

Ответ

9. Найдите все целые k , такие, что уравнение $x^2 - 3x = 2k$ имеет корень, принадлежащий интервалу $(3, 4)$.

Ответ

10. Найдите все пары натуральных чисел (x, y) для которых выполнено равенство $xy = y - 2x + 15$.

Ответ

11. Про некоторую функцию известно, что $f(x) + 2f(1/x) = x - 1/x$ при всех x , не равных 0. Найдите $f(2)$.

Ответ

12. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Найдите площадь трапеции, если известны площади треугольников $S_{AOD} = 9$ и $S_{BOC} = 4$.

Ответ

13. Найдите числа x, y , удовлетворяющие условию $x + 3y = 100$, такие, что произведение $(x + 2)(y + 2)$ принимает максимально возможное значение.

Ответ

14. x_1, x_2 – корни уравнения $x^2 - x - 7 = 0$. Найдите $x_1^4 + 15x_2$, если известно, что это число – целое.

Ответ