

Подсчёт двумя способами.

1. По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел. Зависит ли она от порядка, в котором записаны цифры?
2. Можно ли в клетки квадрата 10×10 поставить некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике 3×1 — ровно одна звёздочка? (В каждой клетке может стоять не более одной звёздочки.)
3. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
4. Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырех углов стопки. Может ли оказаться так, что в каждом углу стопки сумма равна 2014?
5. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ... , каких-то трех подряд расположенных — 7?
6. В каждой вершине куба стоит число $+1$ или -1 . В центре каждой грани куба поставлено число, равное произведению чисел в вершинах этой грани. Может ли сумма всех 14 чисел оказаться равной 0?
7. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с 3 черными и 3 белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
8. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100. (а) Артем посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Артем посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее... Докажите, что сумма выписанных Артемом чисел также равна 100. (б) Вася проделал те же операции, но только с числами Артема. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел
9. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку и получи стоимость путевки обратно!" За все время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?
10. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.

Подсчёт двумя способами.

1. По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, ..., 9 в произвольном порядке. Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трёхзначное число. Найдите сумму всех девяти таких чисел. Зависит ли она от порядка, в котором записаны цифры?
2. Можно ли в клетки квадрата 10×10 поставить некоторое количество звёздочек так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было ровно две звёздочки, а в каждом прямоугольнике 3×1 — ровно одна звёздочка? (В каждой клетке может стоять не более одной звёздочки.)
3. На сторонах шестиугольника было записано шесть чисел, а в каждой вершине — число, равное сумме двух чисел на смежных с ней сторонах. Затем все числа на сторонах и одно число в вершине стерли. Можно ли восстановить число, стоявшее в вершине?
4. Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырех углов стопки. Может ли оказаться так, что в каждом углу стопки сумма равна 2014?
5. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ... , каких-то трех подряд расположенных — 7?
6. В каждой вершине куба стоит число $+1$ или -1 . В центре каждой грани куба поставлено число, равное произведению чисел в вершинах этой грани. Может ли сумма всех 14 чисел оказаться равной 0?
7. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с 3 черными и 3 белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
8. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100. (а) Артем посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Артем посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее... Докажите, что сумма выписанных Артемом чисел также равна 100. (б) Вася проделал те же операции, но только с числами Артема. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел
9. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку и получи стоимость путевки обратно!" За все время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?
10. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.