Графы — 2.

1. В классе 27 человек. Каждая девочка дружит с 5 мальчиками, а каждый мальчик с 4 девочками. Сколько мальчиков в классе?

2. Волейбольная сетка имеет вид прямоугольника размером 50х600 клеток. Какое наибольшее число веревочек можно перере- зать так, чтобы сетка не распалась на куски?

3. В Марсианском метро 100 станций, и можно проехать от любой станции до любой другой. Забастовочный комитет хочет закрыть одну из станций так, чтобы между всеми остальными станциями был возможен проезд. Докажите, что такая станция найдется.

4. На математической олимпиаде было предложено 20 задач. На закрытие пришло 20 школьников. Каждый из них решил по две задачи, причём выяснилось, что среди пришедших каждую задачу решило ровно два школьника. Докажите, что можно так организовать разбор задач, чтобы каждый школьник рассказал одну из решенных им задач, и все задачи были разобраны.

5. Турист, приехавший в Москву на поезде, весь день бродил по городу пешком. Поужинав на одной из площадей, он решил вернуться на вокзал и при этом идти только по тем улицам, по которым он шел до этого нечетное число раз. Докажите, что он всегда сможет это сделать.

6. В один из дней года каждый житель города сделал не более одного звонка. Докажите, что всех жителей можно разделить не более, чем на три группы так, чтобы никакие два человека в одной группе не говорили в этот день по телефону.

7. 8 школьников решало 8 задач. Известно, что каждую задачу решило 5 человек. Докажите, что найдутся такие 2 ученика, что каждую задачу реешил хотя бы один из них.

8. В стране некоторые города соединены дорогами, принадлежащими N транспортным компаниям, причём из каждого города выходит хотя бы одна дорога каждой авиакомпании. Из любого города можно некоторым образом доехать до любого другого. Однажды на ремонт одновременно закрыли N-1 дорогу, причём у каждой компании закрыли не более одной дороги. Докажите, что из каждого города всё ещё можно доехать до каждого.