Геометрия масс.

1. Докажите, что медианы треугольника ABC пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2. В треугольнике ABC проведена медиана AM, точка P — ее середина. Прямая BP пересекает сторону AC в точке E. Найдите, в каком отношении точка E делит AC.

3. Пусть ABCD — выпуклый четырёхугольник, K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и DA. Докажите, что точка пересечения отрезков KM и LN является серединой этих отрезков, а также и серединой отрезка, соединяющего середины диагоналей.

4. Пусть A_1, B_1, ..., F_1 — середины сторон AB, BC, ..., FA произвольного шестиугольника. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников $A_1C_1E_1B_1D_1F_1$ совпадают.

5. На сторонах BC и CD паралеллограмма ABCD взяты точки K и L так, что BK:KC = CL:LD. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника AKL лежит на диагонали BD.

6. На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1, причём отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке K. Докажите, что $AK/KA_1 = AB_1/B_1C + AC_1/C_1B$.

7. Докажите теорему Чевы: На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1. Отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда $\frac{AB_1}{B_1C}\frac{CA_1}{A_1B}\frac{BC_1}{C_1A} = 1$.

8. В середины сторон треугольника ABC помещены точки, массы которых равны длинам сторон. Где будет находиться центр масс полученной системы?

9. На сторонах AB, BC, CD и DA выпуклого четырёхугольника ABCD взяты точки K, L, M и N соответственно, причём AK : KB = DM : MC = x и BL : LC = AN : ND = y. Пусть P — точка пересечения отрезков KM и LN. Докажите, что NP : PL = x и KP : PM = y.

Геометрия масс.

1. Докажите, что медианы треугольника ABC пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2 : 1, считая от вершины.

2. В треугольнике ABC проведена медиана AM, точка P — ее середина. Прямая BP пересекает сторону AC в точке E. Найдите, в каком отношении точка E делит AC.

3. Пусть ABCD — выпуклый четырёхугольник, K, L, M и N — середины сторон AB, BC, CD и DA. Докажите, что точка пересечения отрезков KM и LN является серединой этих отрезков, а также и серединой отрезка, соединяющего середины диагоналей.

4. Пусть A_1, B_1, ..., F_1 — середины сторон AB, BC, ..., FA произвольного шестиугольника. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников $A_1C_1E_1B_1D_1F_1$ совпадают.

5. На сторонах BC и CD паралеллограмма ABCD взяты точки K и L так, что BK:KC = CL:LD. Докажите, что точка пересечения медиан треугольника AKL лежит на диагонали BD.

6. На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1, причём отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке K. Докажите, что $AK/KA_1 = AB_1/B_1C + AC_1/C_1B$.

7. Докажите теорему Чевы: На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1. Отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда $\frac{AB_1}{B_1C}\frac{CA_1}{A_1B}\frac{BC_1}{C_1A} = 1$.

8. В середины сторон треугольника ABC помещены точки, массы которых равны длинам сторон. Где будет находиться центр масс полученной системы?

9. На сторонах AB, BC, CD и DA выпуклого четырёхугольника ABCD взяты точки K, L, M и N соответственно, причём AK : KB = DM : MC = x и BL : LC = AN : ND = y. Пусть P — точка пересечения отрезков KM и LN. Докажите, что NP : PL = x и KP : PM = y.