

Симметрия.

1. Дан параллелограмм ABCD и точка M внутри него. Через точки A, B, C и D проведены прямые параллельные MC, MD, MA и MB соответственно. Докажите, что полученные прямые пересекаются в одной? точке.
2. Окружность пересекает стороны BC, CA, AB треугольника ABC в точках A_1 и A_2 , B_1 и B_2 , C_1 и C_2 соответственно. Докажите, что если перпендикуляры к сторонам треугольника, проведённые через точки A_1 , B_1 и C_1 , пересекаются в одной точке, то и перпендикуляры к сторонам, проведённые через точки A_2 , B_2 и C_2 , тоже пересекаются в одной точке.
3. Докажите, что прямые, проведённые через середины сторон вписанного четырёхугольника перпендикулярно противоположным сторонам, пересекаются в одной точке.
4. Окружности S_1 и S_2 радиуса 1 касаются в точке A; центр O окружности S радиуса 2 принадлежит S_1 . Окружность S_1 касается S в точке B. Докажите, что прямая AB проходит через точку пересечения окружностей S_2 и S.
5. Точка M лежит на диаметре AB окружности. Хорда CD проходит через M и пересекает AB под углом 45° . Докажите, что сумма $CM^2 + DM^2$ не зависит от выбора точки M.
6. Равные окружности S_1 и S_2 касаются окружности S внутренним образом в точках A_1 и A_2 . Произвольная точка C окружности S соединена отрезками с точками A_1 и A_2 . Эти отрезки пересекают S_1 и S_2 в точках B_1 и B_2 . Докажите, что A_1A_2 параллельно B_1B_2 .
7. Через точку M основания AB равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая его боковые стороны CA и CB (или их продолжения) в точках A_1 и B_1 . Докажите, что $A_1A : A_1M = B_1B : B_1M$.

Симметрия.

1. Дан параллелограмм ABCD и точка M внутри него. Через точки A, B, C и D проведены прямые параллельные MC, MD, MA и MB соответственно. Докажите, что полученные прямые пересекаются в одной? точке.
2. Окружность пересекает стороны BC, CA, AB треугольника ABC в точках A_1 и A_2 , B_1 и B_2 , C_1 и C_2 соответственно. Докажите, что если перпендикуляры к сторонам треугольника, проведённые через точки A_1 , B_1 и C_1 , пересекаются в одной точке, то и перпендикуляры к сторонам, проведённые через точки A_2 , B_2 и C_2 , тоже пересекаются в одной точке.
3. Докажите, что прямые, проведённые через середины сторон вписанного четырёхугольника перпендикулярно противоположным сторонам, пересекаются в одной точке.
4. Окружности S_1 и S_2 радиуса 1 касаются в точке A; центр O окружности S радиуса 2 принадлежит S_1 . Окружность S_1 касается S в точке B. Докажите, что прямая AB проходит через точку пересечения окружностей S_2 и S.
5. Точка M лежит на диаметре AB окружности. Хорда CD проходит через M и пересекает AB под углом 45° . Докажите, что сумма $CM^2 + DM^2$ не зависит от выбора точки M.
6. Равные окружности S_1 и S_2 касаются окружности S внутренним образом в точках A_1 и A_2 . Произвольная точка C окружности S соединена отрезками с точками A_1 и A_2 . Эти отрезки пересекают S_1 и S_2 в точках B_1 и B_2 . Докажите, что A_1A_2 параллельно B_1B_2 .
7. Через точку M основания AB равнобедренного треугольника ABC проведена прямая, пересекающая его боковые стороны CA и CB (или их продолжения) в точках A_1 и B_1 . Докажите, что $A_1A : A_1M = B_1B : B_1M$.