Сравнения по модулю.

1. Найдите остаток от деления (а) 8^{2016} на 7; (б) 8^{2016} на 9; (в) 8^{2016} на 11.

2. $a^2 + b^2 = c^2$. Докажите, что abc делится на 5.

3. a и b натуральные числа такие, что число $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что оно делится на 441.

4. (а) Докажите, что среди произвольных 2017 натуральных чисел найдутся 2, разность которых делится на 2016.

(б) Докажите, что среди произвольных 1014 натуральных чисел найдутся 2, разность квадратов которых делится на 2016.

5. Докажите, что $1^n + 2^n + ... + (n-1)^n$ делится на n при нечётном n.

6. Докажите, что ни одно из чисел вида 10^{3n+1} нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.

7. Даны числа 2 - 1, $2^2 - 1$, $2^3 - 1$, ..., $2^{n-1} - 1$, где n — нечётное число, большее 3. Докажите, что одно из этих чисел делится на n.

8. Найдите все пары простых чисел (p, q) такие, что $p^5 - 2q^2 = (4p - q)^2$.

9. Докажите, что если p — натуральное число, большее 1, то $3^p + 1$ не может делиться на 2^p.

Сравнения по модулю.

1. Найдите остаток от деления (а) 8^{2016} на 7; (б) 8^{2016} на 9; (в) 8^{2016} на 11.

2. $a^2 + b^2 = c^2$. Докажите, что abc делится на 5.

3. a и b натуральные числа такие, что число $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что оно делится на 441.

4. (а) Докажите, что среди произвольных 2017 натуральных чисел найдутся 2, разность которых делится на 2016.

(б) Докажите, что среди произвольных 1014 натуральных чисел найдутся 2, разность квадратов которых делится на 2016.

5. Докажите, что $1^n + 2^n + ... + (n-1)^n$ делится на n при нечётном n.

6. Докажите, что ни одно из чисел вида 10^{3n+1} нельзя представить в виде суммы двух кубов натуральных чисел.

7. Даны числа 2 - 1, $2^2 - 1$, $2^3 - 1$, ..., $2^{n-1} - 1$, где n — нечётное число, большее 3. Докажите, что одно из этих чисел делится на n.

8. Найдите все пары простых чисел (p, q) такие, что $p^5 - 2q^2 = (4p - q)^2$.

9. Докажите, что если p — натуральное число, большее 1, то $3^p + 1$ не может делиться на 2^p.