

Принцип Дирихле.

14.10.15

1. Сто человек сидят за круглым столом. Причем известно, что более половины из них мужчины. Докажите, что какие-то двое мужчин сидят друг напротив друга.
2. (**Письменная!**) В мешке 70 шаров, отличающихся только цветом: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, 5 белых и 5 черных. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из мешка, не видя их, чтобы среди них было не менее 10-ти шаров одного цвета.
3. Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое количество матчей.
4. Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматную доску, что бы никакие два не били друг друга?
5. На складе имеется п 200 сапог 41, 42 и 43 размеров, причем среди этих 600 сапог 300 левых и 300 правых. Докажите, что из них можно составить не менее 100 годных пар обуви.
6. Докажите, что из 11 различных бесконечных десятичных дробей можно выбрать две такие, которые совпадают в бесконечном числе разрядов.
7. Из чисел от 1 до $2n$ выбрано $n + 1$ число. Докажите, что среди выбранных чисел найдутся два, одно из которых делится на другое.
8. Бесконечная клетчатая доска раскрашена в три цвета (каждая клеточка в один из цветов). Докажите, что найдутся четыре клеточки одного цвета, расположенные в вершинах прямоугольника сто сторонами, параллельными стороне одной клеточки.
9. Числа от 1 до 101 выписаны в произвольном порядке. Докажите, что из них можно вычеркнуть 90 чисел так, что оставшиеся 11 чисел будут следовать в порядке возрастания или убывания.