

## Занятие 2. 16.09.15 Признаки делимости.

**НА 3.** Число имеет такой же остаток при делении на 3, как и его сумма цифр. В частности, число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.

**НА 4.** Число делится на 4 тогда и только тогда, когда две его последние цифры составляют число, делящееся на 4.

**НА 9.** Число имеет такой же остаток при делении на 9, как и его сумма цифр. В частности, число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

**НА 11.** Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммой цифр, занимающих нечётные позиции, и суммой цифр, занимающих чётные позиции, делится на 11.

### 1. Для САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

**Задача 1.1.** Докажите, что число делится на  $2^n$  тогда и только тогда, когда  $n$  его последних цифр составляют число, делящееся на  $2^n$ .

**Задача 1.2.** Может ли число, записываемое с помощью 10 нулей, 10 единиц и 10 двоек, быть точным квадратом?

**Задача 1.3.** Илья хочет поиграть на компьютере, но пароля он не знает. Мама рассказала Илье, что пароль состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А папа — что пароль делится и на 3, и на 4. Сможет ли Илья с первой попытки ввести правильный пароль?

**Задача 1.4.** Натуральное число можно умножить на два и произвольным образом переставлять в нем цифры. Можно ли превратить число 1 в 846 с помощью таких операций?

**Задача 1.5.** Докажите, что число  $\overline{a_1 a_2 \dots a_n a_n \dots a_2 a_1}$  — составное.

**Задача 1.6.** Известно, что натуральное число  $n$  в 3 раза больше суммы своих цифр. Докажите, что  $n$  делится на 27.

**Задача 1.7.** У числа  $2015!$  нашли сумму цифр, у результата снова нашли сумму цифр и т.д. В конце концов получилось однозначное число. Найдите его.

### 2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ.

**Задача 2.1.** Докажите, что число делится на  $5^n$  тогда и только тогда, когда  $n$  его последних цифр составляют число, делящееся на  $5^n$ .

**Задача 2.2.** Последняя цифра квадрата натурального числа равна 6. Докажите, что его предпоследняя цифра нечетна.

**Задача 2.3.** Найдите наименьшее число, кратное 45, десятичная запись которого состоит только из единиц и нулей.

**Задача 2.4.** Какую минимальную сумму цифр может иметь натуральное число, делящееся на 99?