

Занятие 1. 09.09.15 Делимость целых чисел.

Целое число a делится на не равное нулю целое число b , если существует такое число q , что $a = bq$. В таком случае число a называется делимым, b - делителем, а q - частным.

Запись $b \mid a$ обозначает, что число b делит a , т.е. является делителем числа a , а запись $c \nmid a$ - что число c не делит a , т.е. не является его делителем. Также используется запись $a : b$, означающая, что a делится на b .

Свойство 0.1. Если $b \mid a$, то для любого целого $k \neq 0$ выполнено $kb \mid ka$.

Свойство 0.2. Если $c \mid a$ и $c \mid b$, то $c \mid (a + b)$ и $c \mid (a - b)$.

Свойство 0.3. Если $c \mid b$, $b \mid a$, то $c \mid a$.

Свойство 0.4. Если $b \mid a$, то для любого целого c выполнено $b \mid ac$.

Свойство 0.5. Если $b_1 \mid a_1$ и $b_2 \mid a_2$, то $b_1 b_2 \mid a_1 a_2$.

1. Для самостоятельного решения.

Задача 1.1. Какие из следующих утверждений верны, а какие нет:

- (1) если одно слагаемое делится на 6, а другое не делится на 6, то их сумма не делится на 6;
- (2) если каждое из двух слагаемых не делится на 6, то их сумма не делится на 6;
- (3) если сумма двух слагаемых не делится на 6, то хотя бы одно из них не делится на 6.

Задача 1.2. Докажите, что если $a^2 : (a + b)$, то $b^2 : (a + b)$.

Задача 1.3. Докажите, что если $4 + a$ и $43 - b$ делятся на 13, то $a + b$ делится на 13.

Задача 1.4. Для некоторых целых x и y число $5x + 4y$ делится на 29. Докажите, что $19x + 21y$ также делится на 29 при таких x и y .

Занятие 1. 09.09.15 Деление с остатком.

Если a и b - целые числа, причем b больше нуля, то существует такое целое число q , что $a = bq + r$, где «остаток» r - целое число, удовлетворяющее неравенству $0 \leq r < b$. Эти числа q и r определяются по данным a и b единственным образом. Если $r = 0$, мы получаем случай, когда a делится на b нацело.

Например, $150 = 7 \cdot 21 + 3$, т.е. 3 - остаток при делении 150 на 7.

Задача 1.5. Для ремонта квартиры требуется 69 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 7 рулонов?

2. Для самостоятельного решения.

Задача 2.1. В ресторане на каждого посетителя полагается 230 гр десерта. На банкет собираются прийти 9 человек. Торт какого наименьшего веса нужно заказать, чтобы каждый гость смог полакомиться кусочком и взять добавку? Торт может весить только целое число килограмм.

Задача 2.2. В группе учатся 13 студентов. У каждого студента есть три шпаргалки - одна по математике, одна по философии, одна по английскому. Могут ли студенты поменяться шпаргалками друг с другом так, чтобы у каждого студента оказались шпаргалки по какому-то одному предмету?

Задача 2.3. В одном из подъездов 7 этажного дома на 1-ом этаже находятся квартиры с №127 по №132. На каком этаже и в каком подъезде находится квартира 289?

Задача 2.4. Оля пожарила на завтрак сырники. Если каждый член семьи съест по 2,3 или 4 сырника, то всегда будет оставаться один лишний сырник, а если по 5, то лишних сырников не останется. Какое наименьшее число сырников могла пожарить Оля?