



**$HM \leq GM \leq AM \leq CM$ արևելաբանական անհավասարությունների
սպառնալից անհավասարություններ**



A կարգի բարդություն

Ապացուցել անհավասարությունները: Ներառյալ հավասարության դեպքը:

1. $\forall x \geq 0 : 1 + x \geq 2\sqrt{x},$ 2. $\forall x > 0 : x + \frac{1}{x} \geq 2,$

3. $\forall x, y \in R^+ : 2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2,$ 4. $\forall x, y \in R^+ : \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y},$

5. $\forall a, b, x \in R^+ : ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab},$ 6. $\forall a, b \in R^+ : \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2,$

7. $\forall x, y, z \in R^+ : (x + y)(x + z)(y + z) \geq 8xyz,$

8. $\forall x, y, z \in R : x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz,$

9. $\forall x, y, z \in R^+ : xy + xz + yz \geq x\sqrt{zy} + y\sqrt{xz} + z\sqrt{xy},$

10. $\forall x, y, z \in R : x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y,$

11. $\forall x, y, z \in R^+ : \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{xz}} + \frac{1}{\sqrt{zy}},$

12. $\forall x, y, z \in R^+ : \frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} \geq x + y + z,$

13. $\forall x, y, z \in R : x^2 + y^2 + z^2 \geq x\sqrt{y^2 + z^2} + y\sqrt{x^2 + z^2}$

14. $\forall x, y, z \in R^+ : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1/3,$ եթե $x + y + z = 1,$

15.1. $\forall x, y \in R : x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy,$

15.2. $\forall x, y \in R : x^4 + y^4 + 2 \geq 4xy,$

16. $\forall a, b, c, d \in R^+ : (a + b + c + d) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) \geq 16 :$

17. $\forall a, b, c, d \in R^+ : \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4 :$

18. тїрїтї $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$, шїшї $abc \leq 1$

19. $\forall a, b, c \geq 0$: $a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a+b+c)$,

20. $\forall a, b, c, d \geq 0$: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 10$, тїрїтї $abcd = 1$,

21. $\forall a, b, c \in R^+$: $\left(\frac{1}{a} + 1\right) \left(\frac{1}{b} + 1\right) \left(\frac{1}{c} + 1\right) \geq 64$, тїрїтї $a + b + c = 1$,

22. $\forall a, b, c \in R^+$: $\left(\frac{1}{a} - 1\right) \left(\frac{1}{b} - 1\right) \left(\frac{1}{c} - 1\right) \geq 8$, тїрїтї $a + b + c = 1$,

23.1. $\forall a, b \in R^+$: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$, тїрїтї $a + b = 1$,

23.2. $\forall a, b, c \in R^+$: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{c}\right)^2 \geq \frac{100}{3}$, тїрїтї $a + b + c = 1$,

23.3. $\forall a, b, c, d \in R^+$: $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{c}\right)^2 + \left(d + \frac{1}{d}\right)^2 \geq \frac{289}{4}$, тїрїтї $a + b + c + d = 1$,

24. $\forall x, y \in R$: $x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}(x - y)$, тїрїтї $xy = 1$,

25. $\forall a, b, c > 0$: $(a^2b + b^2c + c^2a)(ab^2 + bc^2 + ca^2) \geq 9a^2b^2c^2$,