Конструктивы и конструкции

1. Существует ли в пространстве замкнутая самопересекающаяся ломаная, которая пересекает каждое свое звено ровно один раз, причем в его середине?

2. Имеется 120 мешков по сто монет в каждом. В одном из них лежат только фальшивые монеты, в остальных только настоящие. Фальшивая монета весит 9 граммов, настоящая 10 граммов. Как найти, с помощью трех взвешиваний на весах (не чашечных), мешок с фальшивыми монетами, если за одно взвешивание на весы можно класть не более 100 монет?

3. Можно ли на плоскости расположить бесконечное множество одинаковых кругов так, чтобы любая прямая пересекала не более двух кругов?

4. Какое наибольшее количество подграфов K_3 (треугольников) можно выбрать в графе $K_{3\times n}$, так, чтобы никакие два подграфа не пересекались по ребру ($K_{3\times n}$ — граф, состоящий из трех долей по n вершин в каждой, такой, что между любыми двумя вершинами из разных долей ребро проведено, из одной доли — не проведено)?

5. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?

6. Загадано число от 1 до 144. Разрешается выделить одно подмножество множества чисел от 1 до 144 и спросить, принадлежит ли ему загаданное число. За ответ «да» надо заплатить 2 рубля, за ответ «нет» — 1 рубль. Какая наименьшая сумма денег необходима для того, чтобы наверняка угадать число?

7. На прямоугольном столе разложено несколько одинаковых квадратных листов бумаги так, что их стороны параллельны краям стола (листы могут перекрываться). Докажите, что можно воткнуть несколько булавок таким образом, что каждый лист будет прикреплен к столу ровно одной булавкой.

8. В 99 ящиках лежат яблоки и апельсины. Докажите, что можно так выбрать 50 ящиков, что в них окажется не менее половины всех яблок и не менее половины всех апельсинов.