# Тренировочная олимпиада, 10 класс

**1.** На какое наименьшее число равновеликих треугольников можно разрезать фигуру, получаемую из квадрата $8 \times 8$ вырезанием угловой клетки $1 \times 1$?

**2.** Дано уравнение $x^n - a_1x^{n-1} - a_2x^{n-2} - \ldots - a_n = 0$, где $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $\ldots$, $a_n > 0$. Какое наибольшее количество положительных корней может быть у этого уравнения?

**3.** На стороне $AC$ остроугольного треугольника $ABC$ выбраны точки $M$ и $K$ так, что $\angle ABM = \angle CBK$. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников $ABM$, $ABK$, $CBM$ и $CBK$, лежат на одной окружности.

**4.** Два мудреца играют в следующую игру. Выписаны числа $0, 1, 2, \ldots, 1024$. Первый мудрец зачеркивает 512 чисел (по своему выбору), второй зачеркивает 256 из оставшихся, затем снова первый зачеркивает 128 чисел и т. д. На десятом шаге второй мудрец зачеркивает одно число; остаются два числа. После этого второй мудрец платит первому разницу между этими числами. Как выгоднее играть первому мудрецу? Как второму? Сколько уплатит второй мудрец первому, если оба будут играть наилучшим образом?

**5.** Пусть $a_r$ — количество полных квадратов, содержащихся в $r$-й тысяче, т. е. в $[1000(r-1), 1000r)$. Докажите, что последовательность $a_r$ не является периодической ни с какого номера.