

## Малая теорема Ферма

1. Дано простое число  $p$ . Сколько существует способов раскрасить вершины правильного  $p$ -угольника в  $a$  цветов? (Раскраски, которые можно совместить поворотом, считаются одинаковыми.)
2. **МТФ.** Пусть  $p$  — простое число и  $p$  не делит  $a$ . Тогда  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ .
3. Докажите, что  $(a^{101} - a)$  делится на 606.
4. Докажите, что сумма  $3^{1974} + 5^{1974}$  делится на 13.
5. Найдите остаток от деления  $8^{900}$  на 29.
6. Пусть  $p$  — простое число, большее двух. Сколько решений имеет сравнение  $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$ ?
7. Докажите, что для любого целого числа  $a$  число  $(a^{561} - a)$  делится на 561.
8. Даны два натуральных числа из отрезка  $[2; 100]$ . Докажите, что при некотором натуральном  $n$  число  $x^{2^n} + y^{2^n}$  — составное.