Математические игры

1. Двое играют в двойные шахматы: все фигуры ходят как обычно, но каждый делает по два шахматных хода подряд. Докажите, что первый может как минимум сделать ничью.

2. В центре квадрата сидит волк, а в каждой из вершин — по одной собаке. Волк может бегать по внутренности квадрата с максимальной скоростью v, а собаки — только по сторонам квадрата с максимальной скоростью $1.5v$. Известно, что волк задирает собаку, а две собаки задирают волка. Всегда ли волк сможет выбежать из квадрата?

3. Ферзь стоит на поле `c1`. Двое игроков по очереди передвигают его на любое число поле вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле `h8`. Кто выиграет при правильной игре?

4. Вершины правильного $2n$-угольника закрашены черной и белой краской через одну. Двое играют в следующую игру. Каждый по очереди проводит отрезок, соединяющий вершины одинакового цвета. Эти отрезки не должны иметь общих точек (даже концов) с проведенными ранее. Побеждает тот, кто сделал последний ход. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий игру или его партнер?

5. Дана клетчатая доска 10×10. Два игрока играют в игру. За ход разрешается покрыть любые две соседние клетки доминошкой (прямоугольником размером 1×2) так, чтобы доминошки не перекрывались. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

6. Играют двое, ходят по очереди. Первый ставит на плоскости красную точку, второй в ответ ставит на свободные места 10 синих точек. Затем опять первый ставит на свободное место красную точку, второй ставит на свободные места 10 синих, и т. д. Первый считается выигравшим, если какие-то три красные точки образуют правильный треугольник. Может ли второй ему помешать?

7. В углу шахматной доски стоит ладья. Двое играют в такую игру. За ход разрешается сходить ладьей по шахматным правилам. При этом ладья не может ходить на клетки, или «пролетать» над клетками, в которых она уже побывала или над которыми «пролетала». Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

8. По n коробкам разложены $2n$ конфет. Девочка и мальчик по очереди берут по одной конфете, первой выбирает девочка. Докажите, что мальчик может выбирать конфеты так, чтобы две последние конфеты оказались из одной коробки.